

PHILOSOPHIA SCIENTIÆ

ELISABETH SCHWARTZ

Le jeune Husserl, lecteur de Schröder

Philosophia Scientiæ, tome 1, n° 2 (1996), p. 51-69

http://www.numdam.org/item?id=PHSC_1996__1_2_51_0

© Éditions Kimé, 1996, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Philosophia Scientiæ* » (<http://poincare.univ-nancy2.fr/PhilosophiaScientiae/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

Le jeune Husserl, lecteur de Schröder

Elisabeth Schwartz

Université Blaise-Pascal - Département de Philosophie

Résumé : L'exposé cherche à s'inscrire dans le thème d'ensemble proposé par les organisateurs : *Pragmatisme et phénoménologie dans leurs relations avec les sciences formelles*. C'est de la phénoménologie qu'il s'agira sur l'exemple du jeune Husserl.

On tentera de montrer, sur l'exemple de la réaction husserlienne aux *Vorlesungen* de Schröder, le rôle décisif joué par l'alliance de la logique et des mathématiques dans la constitution de la première position husserlienne du problème de la connaissance et les similitudes entre ses objections au kantisme et celles de Frege et Dedekind ; d'éclairer, d'autre part, par le caractère ambigu de cette alliance chez Schröder la *convergence* de certaines objections techniques du jeune Husserl avec celle de Frege à la conception de la logique de Schröder et la *divergence* de sa philosophie des mathématiques d'avec celle, ancrée dans une alliance vraiment organique de la logique et des mathématiques, que Frege et Dedekind ont opposée au style de l'algèbre de la logique comme au style transcendantal kantien.

Ainsi prendrait-on parti, sur le terrain de l'histoire de la philosophie et de celle des sciences dans la question réouverte aujourd'hui sur le terrain de la philosophie du langage ou de l'"esprit", de la compatibilité des philosophies husserlienne ou fregéenne de l'objet.

Il est aujourd'hui d'actualité, et même de mode, de reconsidérer les rapports de la phénoménologie avec la philosophie dite "analytique", c'est-à-dire d'inspiration fregéenne, du moins à ses débuts. Le thème proposé pour la Session du présent Congrès, les relations de la phénoménologie avec les sciences formelles, permet d'instruire cette comparaison au niveau le plus propre à la soustraire au risque de tourner au débat scolastique, ou au "système de coalition". La comparaison me semble en effet commandée par ce troisième terme, trop rarement interrogé, qu'est le rapport, à la fois historique et structural, des philosophies fregéenne et husserlienne à la mathématique de leur temps. Il m'a de ce point de vue semblé naturel d'interroger le jeune Husserl, celui de la période de maturation des *Recherches Logiques*, et peut-être suffisant de m'y borner. D'autre part, j'interrogerai la réaction propre de Husserl à Schröder, et non l'oeuvre de Schröder ni le détail de l'histoire érudite et technique de sa contribution à l'histoire de la logique : chapitre naguère évoqué par notre hôte G. Heinzmann [Heinzmann 1992], et peut-être ici bientôt par M. Peckhaus, mais qui reste encore à écrire et demeurera hors des prises de ma communication.

Je me propose donc de suggérer simplement, et à titre d'hypothèses plutôt que de résultats :

1) Le rôle de passage obligé joué par l'*Algèbre de la logique* dans la constitution de la première philosophie husserlienne de la

connaissance, écrite comme chez Frege et Dedekind à la fois en référence à, et en rupture avec, celle de Kant et du néo-kantisme.

2) Le rapport de la convergence des objections de Husserl et Frege à Schröder avec le caractère encore inorganique, chez celui-ci, du lien de la logique et des mathématiques ; et le lien qu'auraient les différences entre deux philosophies de l'objet *a priori* qui me semblent décidément inconciliables, avec leur inégalité dans la maîtrise ou l'anticipation d'un rapport vraiment organique entre algèbre et logique, alternative à ce que l'une et l'autre refusaient, au nom d'une logique du contenu, dans le programme de Schröder.

1. Le programme de l'Algèbre de la logique et la tâche de la théorie de la connaissance

1.1 L'intérêt marqué par Husserl pour la publication, en 1890, des *Leçons* de Schröder, dont il rend compte l'année suivante, année de publication de sa *Philosophie de l'Arithmétique*, s'inscrit dans un contexte plus large, où le jeune Husserl n'est pas seul, et où les *Leçons* ont représenté comme un passage obligé de la réflexion logique et philosophique sur les mathématiques, à une époque où le problème des fondements était alors interne à cette science d'une part, et porté sur le devant de la scène philosophique d'autre part.

Philosophiquement, ce contexte est marqué par le célèbre mot d'ordre du "retour à Kant", attribué parfois à Liebmann, professeur à Iena de 1882 à 1911¹, et qu'il faut faire remonter en réalité à Zeller et à sa Leçon inaugurale à Heidelberg en 1862, où il fut, venu de Marbourg, le maître de Wundt, avant d'être remplacé par Kuno Fischer venu de Iena en 1872 [Cf. Philonenko 1989, 9]. Retour à Kant : tel était le mot d'ordre demeuré célèbre de cette Leçon *Sur la signification et la tâche de la théorie de la connaissance*. Il annonçait une alternative au naturalisme qui ne parvenait pas, aux yeux de beaucoup, en particulier des mathématiciens, à relever le défi d'une philosophie à la hauteur de l'héritage scientifique du XIX^{ème} siècle. Héritage assez riche, divers, et même imprévisible pour avoir montré les limites irrémédiables en la matière du post-kantisme spéculatif. C'est dans le cadre de ce retour à Kant, qui devait être illustré par H. Cohen et l'Ecole de Marbourg, que le jeune Husserl inscrit «*les buts et les tâches de la métaphysique*», aux termes du titre de sa Leçon Inaugurale à l'université de Halle en 1887. L'Introduction de sa thèse d'Habilitation *Sur le concept de nombre, Analyses psychologiques*, noyau de la future *Philosophie de l'Arithmétique*, l'indique en toute clarté.

1 Cette attribution à Liebmann, dans son livre de 1865 *Kant und die Epigonen*, est faite par H. Sluga, p. 36 de son *Gottlob Frege*, Routledge & Kegan Paul, 1980.

[L'] analyse des concepts qui se trouvent au fondement des mathématiques et des méthodes qui font de cette discipline un modèle de déduction rigoureusement scientifique n'intéresse pas le seul mathématicien, mais "beaucoup plus encore" les métaphysiciens et les logiciens. [Husserl 1891b, 355]

C'est elle qui donne forme à l'idéal de philosophie comme science rigoureuse auquel se confie le jeune Husserl, et dont il voit le sillon dans l'histoire de la philosophie, où le témoignage des mathématiques donne sens et contenu aux grandes oppositions de systèmes, par exemple celle du rationalisme et de l'empirisme [*ibid.*]. C'est en ce sens qu'il n'hésite pas à écrire la formule autrement surprenante :

En particulier depuis Kant les questions controversées de philosophie mathématique sont de plus en plus passées au premier plan. Pour Kant lui-même, ce sont des recherches sur la nature des connaissances mathématiques qui constituent les fondements de sa théorie de la connaissance». [*ibid.*]

Sans doute faut-il préciser qu'il songe ici au rôle constitutif assigné par Kant aux mathématiques dans les sciences de la Nature, comprises sur le modèle de la Mécanique et selon le célèbre avertissement de la Préface des *Premiers Principes*. Ainsi comprend-on qu'il fasse à ce sujet expressément référence au néo-kantisme :

En Allemagne, ces derniers temps, ce fut principalement le néo-kantisme très répandu qui, dans son effort pour consolider à nouveau les fondements de la critique kantienne de la raison, et pour les soutenir contre l'empirisme venu d'Angleterre, s'est vu contraint de faire avant tout porter son attention sur ces questions. [*ibid.*]

1.2 S'il est clair que les "points d'attache" avec Kant et l'exigence de fondement sous sa forme transcendantale sont un des fils conducteurs de toute l'oeuvre husserlienne, et si, dans la réaction à Schröder, il s'agit aussi de critiquer l'empirisme latent de la «logique anglaise de l'extension» [Husserl 1890-1913b, 10], il est tout aussi clair que la première philosophie des mathématiques de Husserl est construite en réaction, et en opposition, à celle de Kant, dont l'influence est contrebalancée par celle de Leibniz. Les paragraphes de conclusion des *Prolégomènes* en prennent acte sans ambiguïté. Et c'est précisément en ce point que la référence à Schröder apparaît comme un passage obligé dans la formation de la pensée husserlienne. Pourquoi ?

Plus que l'accusation de psychologisme, dont Husserl lui-même n'a pas manqué de souligner que la teneur était celle d'une tension, et non d'une certitude, et dont je réserve l'appréciation pour le moment, c'est l'accusation d'indigence lancée contre la

conception de la logique pure que le jeune Husserl retient contre Kant. Elle le rapproche de Leibniz. Mais à titre de précurseur, non de réalisateur de la logique mathématique, ou de la philosophie mathématique, ou de la philosophie de l'arithmétique, qu'il désigne dès l'ouvrage de 1891 et dès même la thèse de 1887 comme un «*domaine limite, situé entre la philosophie et les mathématiques*» [Husserl 1891b, 357 et «*Avant-propos*», V]. Aussi bien le verdict des *Prolégomènes* est-il sans nuances :

L'on admettra pourtant encore moins l'autorité de Leibniz que celle de Kant ou de Herbart, étant donné qu'il n'a pas pu donner à ses grandes intentions le poids que donne un travail mené à bonne fin. Il appartient à une époque passée, au-delà de laquelle la science nouvelle croit avoir largement progressé. [Husserl 1900, § 61, 223, ou 246 de la traduction française]

Au-delà des différences philosophiques, ou plutôt superficielles et dérivées, c'est un même manque à la fois technique et profond qu'il faut relever chez Leibniz et chez Kant, et la même urgence s'en déduit de «*construire l'idée de logique pure sur une base suffisamment large*»[*ibid.*]

Cette base suffisamment large, c'est celle qui pourrait donner corps au projet leibnizien en intégrant l'héritage mathématique du siècle. L'Introduction au texte de 1887 l'indique, en contrepoint immédiat au mot d'ordre du "retour à Kant" :

Mais en plus du cercle étroitement limité des questions auxquelles se rapportent originaires ces controversés sur la théorie de la connaissance, il y a encore un grand nombre de questions considérablement plus difficiles, qui n'ont été traitées d'abord que par quelques spécialistes de mathématiques; mais qui ont ensuite attiré sur elles l'attention d'une manière plus générale et qui ont offert à la pensée philosophique une matière nouvelle. [Husserl 1891b, 356 ou texte original; 2]

Evoquant «*ces oeuvres nées de l'intérieur des mathématiques*»[*ibid.*, 357 ou texte original, 4], il y voit le ferment du renouveau de la logique, décidément aussi inséparable que chez Frege des fondements de l'arithmétique. Lié au «*grandiose essor*» des mathématiques au XIX^{ème} siècle et à la nécessité qu'il entraîna de contrôler «*la nature des moyens employés et les limites de sécurité des opérations*»; le problème des fondements se pose d'abord à l'intérieur des mathématiques. C'est sous leurs espèces propres, en particulier algébriques et analytiques, que s'exprime «*avec toujours plus de force et finalement d'une manière inéluctable le besoin de clarifier, d'examiner et d'assurer logiquement l'acquis*» [*ibid.*, 357 ou texte original, 3]. Et ce sous la double forme d'une analyse des

concepts fondamentaux, tel celui de nombre, et d'un «développement déductif rigoureux des mathématiques tout entières à partir du plus petit nombre possible de propositions fondamentales évidentes par elles-mêmes» [ibid.].

Cet objectif, que le développement triomphant, et surtout supposé naturel, des méthodes mathématiques des Géomètres au XVIIIème siècle, pouvait laisser dans l'ombre, n'est pas et ne peut être celui de Kant, dont on comprend que Husserl ne retienne que l'inspiration générale. Il pouvait être atteint en mobilisant les ressources d'une philosophie des signes ou de la nouvelle logique symbolique, qui avait, dans l'école de Boole et à sa suite, donné corps au vœu leibnizien de calcul logique et de mathématique universelle. En témoigne le plan suivi par Husserl dans l'ouvrage de 1891 qui double la partie, alors dite psychologique, d'analyse des concepts fondamentaux, par une partie plus proprement logique d'analyse du symbolisme, et qui annonce une algorithmique générale pour l'arithmétique en tome II et une présentation philosophique de la géométrie euclidienne inspirée par les notes de Gauss sur les résidus biquadratiques [Husserl 1891a, Avant propos, 6-7 ou texte original, IX].

C'est cet objectif que Husserl a immédiatement reconnu dans la publication des *Vorlesungen* :

L'ouvrage de Schröder, on le voit, a la prétention, qui n'est pas mince, d'exposer une logique déductive complètement réformée sous la forme d'une "algèbre de la logique". [Husserl 1890-1913a, 10 ou texte original, 243]

Avant de voir qu'il n'a pas trouvé dans les *Vorlesungen* ce qu'il cherchait à cette époque à construire lui-même, et pourquoi, il faut préciser un peu en quoi cette somme répondait aux nécessités plus haut invoquées d'élargir la base de la logique, et de reprendre à nouveaux frais, voire même en en contredisant la réponse, la question kantienne du fondement.

1.3 La somme logique offerte par les *Vorlesungen* semblait à beaucoup réaliser le vœu leibnizien et s'inscrire dans la ligne d'une logique mathématique, si étrangère à la leçon kantienne, mais dont la publication tardive de Gehrardt (1849-1863 pour les *Math. Schrift.* et 1875-1890 pour les *Phil. Schrift.*) commençait de faire découvrir l'anticipation géniale. Exposant, en y prenant part originale, la logique générale, sous la forme née avec Boole et l'école de Cambridge, jusqu'à ses derniers développements chez Peirce, Mc Coll et Schröder lui-même, elle gardait la marque de ses origines algébriques et de la prégnance d'un modèle de calcul des opérations. Mais l'exemple d'un Peano, et de son école, dont on sait l'influence

dans la découverte des inédits de Leibniz, montre que non seulement les algébristes mais les analystes, géomètres ou théoriciens de la mesure, ont pu reconnaître dans la logique que Poincaré nommera algorithmique la forme moderne, et qui plus est définitive et achevée, de l'idéal leibnizien de calcul logique et de caractéristique universelle. Le premier texte de logique mathématique de Peano, *Operazioni della logica deduttiva*, est l'avant texte de son *Calcolo geometrico secondo l'Ausdehnungslehre di H. Grassmann* (qui donne un système d'axiomes pour un espace vectoriel, dit "système linéaire"). Cette introduction est mise, comme tous les autres textes logiques rassemblés dans le tome 2 de l'édition Cassina, dans la ligne de la tradition d'algèbre de la logique. Ainsi en 1891, l'année où il rend compte des *Vorlesungen* et mentionne la recension de Husserl, il écrit dans ses *Principii di Logica matematica* :

Leibniz avait déjà énoncé une analogie entre les opérations de l'algèbre et celles de la logique. Mais c'est seulement en notre siècle, par les travaux de Boole, Schröder et beaucoup d'autres que furent étudiées ces relations, et que la logique déductive est devenue, comme l'algèbre ordinaire, la théorie, des quaternions, etc. une partie du calcul des opérations. [Peano 1958, Tome 2, 92]

C'est dans ce texte qu'il cite le jugement de Tait dans son livre sur les quaternions, jugement cité à nouveau en 1894 dans l'Introduction du *Formulaire*. L'auteur y rapproche les propriétés des symboles pour les quaternions et les symboles électifs de Boole et tire de la «*similitude frappante de ces systèmes de symboles, types de procédés qui sont au fond les mêmes*» la remarque

[...] qu'après tout il n'y a qu'une science unique dans l'Analyse mathématique, ayant diverses branches, mais employant dans chacune d'elles les mêmes procédés. Par l'une de ses branches, cette science nous dévoile les mystères de la géométrie de position, hors de la portée du raisonnement géométrique ordinaire ; par l'autre, elle permet au logicien d'arriver à des vérités de déduction auxquelles il n'aurait jamais pu atteindre sans le secours de l'instrument des formules. [*ibid.*, 100 et 127]

Aussi Peano voit-il dans la convergence des réalisations d'*analysis situs* et de calcul logique la résolution du problème leibnizien de Pasigraphie, et s'autorise de Schröder.

Es erhellt aus ihren Anblick, dass das Ideal der Pasigraphie für die Zwecke der Wissenschaft bereits in ganz erheblichem Umfange verwirklicht ist. [*ibid.*, 100]²

2 Peano cite les *Vorlesungen* p. 710.

Et c'est en 1894, dans le livre de Schröder qu'il conseille de lire «*tout ce qu'on a publié sur cette branche des mathématiques*» qu'il nomme Logique mathématique et qui «*étudie les propriétés formelles des opérations et des relations de logique*» et qui fut «*cultivée dans notre siècle par Boole, Cayley, Clifford, Delboeuf, De Morgan, Ellis, Frege, Grassmann, Günther, Halsted, Jevons, Liard, Mac Farlane, Mac Coll, Nagy, Peirce, Poretsky, Venn et beaucoup d'autres dont on trouvera le nom dans le livre de M. Schröder.*» [*ibid.*, 124].

1.4 Lecteur de Schröder, le jeune Husserl puise là d'abord la conviction des limites de la position kantienne.

Cette logique extrêmement indigente serait-elle donc le modèle vers lequel nous devrions tendre ? Personne ne voudra se familiariser avec l'idée de réduire la science à ce qu'elle était du temps de la logique aristotelico-scolastique. Surtout quand il paraît en outre en résulter que [...] la logique a depuis Aristote le caractère d'une science achevée. [Husserl 1900, § 58, 215 (trad., 238)]

Ce verdict des *Prolégomènes* trouve ses attendus quelques paragraphes plus loin. Ils sont historiques et renvoient au passage obligé par la somme schröderienne :

Récemment, les mathématiciens ont même revendiqué et se sont approprié la tâche de perfectionner la théorie du syllogisme, qui, de tous temps, avait été rangée dans la sphère la plus spécifique de la philosophie, et elle a pris entre leurs mains un développement insoupçonné, elle, la théorie prétendument parachevée depuis longtemps. Et, simultanément, l'on a découvert de ce côté et façonné avec une finesse authentiquement mathématique des théories de nouveaux genres de raisonnements, que la logique traditionnelle avait négligés ou méconnus. [Husserl 1900, § 71, 258 (trad., 278-279)]

Aussi Husserl se range-t-il, de ce point de vue, du côté de Boole et de ses émules contre les critiques hamiltoniennes (celles du Hamilton *logicien*), et invoque-t-il les acquis de l'histoire contre la lettre du kantisme.

Seul celui qui ne connaît pas la mathématique, particulièrement la mathématique formelle, comme science moderne, [...] peut encore demeurer attaché au préjugé général, selon lequel l'essence du mathématique résiderait dans le nombre et la quantité. Ce n'est pas le mathématicien, mais c'est le philosophe qui outrepassa la sphère naturelle de ses droits, quand il s'insurge contre les théories "mathématisantes" de la logique et refuse de remettre les enfants qui lui ont été provisoirement confiés à leurs parents naturels. [*ibid.*]

1.5 Cette prise en compte de l'élargissement de la base de la logique pure, qui est, comme on va voir, contrairement à tant d'indices obscurs ou ambigus, un indice clair de l'accusation de psychologisme portée par Husserl contre Kant lui-même, doit donc pouvoir être assignée à ces années de "formation préparatoire" dont parlera le texte posthume d'*Esquisse de Préface aux Recherches Logiques* (1913). Lecteur de Schröder, Husserl avait déjà les moyens de mettre en doute son psychologisme initial.

La percée de la phénoménologie se rattache à des recherches qui avaient déjà occupé auparavant l'auteur pendant des années [...] pour élucider l'effectuation de la connaissance en arithmétique et, d'une manière générale, dans les mathématiques analytiques pures. Ce furent surtout leurs procédés purement symboliques, [...] qui dirigèrent ma pensée sur le caractère signitif et purement linguistique du processus de la pensée et de la connaissance, et qui m'obligèrent à faire des recherches générales concernant un éclaircissement universel du sens, de la délimitation correcte et de l'effectuation particulière de la logique formelle. [Husserl 1890-1913a, 375 (§6 de l'*Esquisse*)]

Il indique en toute clarté en 1913 que le doute, et même le tourment, à propos de sa solution psychologique de la Thèse d'Habilitation s'est nourri du constat d'incapacité des concepts Brentaniens, dont, dit-il, il n'avait encore rien su tirer, à donner la philosophie de la connaissance que réclamait cette nouvelle base pour la logique.

Ces obscurités trouvèrent sans cesse à s'alimenter dans le cadre des études philosophico-arithmétiques élargies qui s'étendirent au champ immense de l'analyse moderne et de la théorie des multiplicités, et en même temps à la logique mathématique et à toute la logique en général. [*ibid.*, 377]

De cette insatisfaction prend acte la Préface de la 1ère édition des *Recherches* L'auteur lui donne comme on sait la forme d'une auto-critique. L'*Esquisse* de 1913 date ces années de maturation :

Le lecteur le voit : les études de l'auteur dans ces années 1886-1895 se firent de préférence dans les domaines, certes très vastes, mais limités, des mathématiques formelles et de la logique formelle. [*ibid.*, 378]

C'est même à l'année 1894 qu'il arrête les travaux dont feront usage les Leçons de 95 dont devaient sortir les *Prolégomènes* [*ibid.*]. Et il précise le lien de ces travaux avec "l'élimination du psychologisme" :

L'élimination du psychologisme s'effectue d'abord sur cet arrière-fond, en s'étendant déjà de la façon la plus générale à toute la sphère en question. [*ibid.*]

Je voudrais donc suggérer, en conclusion de ce premier moment, que la rencontre avec la tradition schröderienne pouvait suffire, dans la maturation de la théorie de la connaissance du jeune Husserl, à l'éloigner des limitations que le kantisme fait peser sur la logique pure, tout autant que des solutions psychologiques au problème de l'objet des mathématiques. Ainsi, par parenthèse ferait-on l'économie d'une accusation de mesquinerie, souvent portée à son égard au vu de la très frappante discrétion de ses allusions à une influence supposée de Frege sur son auto-critique, puisque Husserl arrête la période de maturation l'année même du compte rendu par Frege de son ouvrage de 1891. En même temps serait-on en mesure d'apprécier la convergence partielle des lectures de Schröder par Frege et Husserl sur fond de la véritable divergence qui oppose leurs philosophies.

2. Algèbre de la logique et philosophie mathématique

2.1 Dans l'accomplissement de la tâche d'une philosophie de la connaissance fondée sur une logique élargie, le programme d'algèbre de la logique ne pouvait pourtant satisfaire que très partiellement le jeune Husserl. Dans sa recension de Schröder, Peano indiquait à ses lecteurs la recension de Galdeano, du point de vue mathématique, et celle de Husserl, du point de vue philosophique, où se marque, écrit-il, peu d'accord avec l'auteur [Peano 1958, 119]. En effet, la réaction de Husserl est critique, et ce sont les aspects philosophiques de sa critique qu'il faut maintenant interroger, et qui se trouvent converger, à partir d'un consensus sur quelques points techniques, avec la critique de Frege.

Un accord remarquable, et souvent depuis remarqué, se fait entre Husserl et Frege sur la nécessité de distinguer, contrairement à ce que fait le calcul des domaines de Schröder, les relations que nous distinguons aujourd'hui comme appartenance et inclusion, et pour lesquelles Peano sera le premier à avancer une notation distinctive, même si Frege et Dedekind en avaient déjà manipulé le principe. G. Heinzmann a récemment établi ce dossier, en l'inscrivant à la fois dans le contexte technique précis des *Vorlesungen* et de la contribution propre de Schröder, en particulier sur le point qui nous intéresse, les effets de l'absence de cette distinction dans le palliatif que Schröder entend apporter à l'incohérence qu'il voit dans la classe universelle de Boole. Il montre l'incohérence en supposant que la classe vide est contenue comme élément dans une autre classe, et il y remédie par une construction où Church a montré en 1939 une anticipation de la théorie simple des types, anticipation en partie manquée, selon Church, par la non distinction du singleton et de l'unique élément qui lui appartient. Distinction faite, à l'inverse, par Frege, Dedekind, et Peano qui, du reste ne l'acquiert pas

immédiatement en 1889 avec l'introduction du symbole d'appartenance distinct de celui d'inclusion, mais à l'occasion du Mémoire de 1890, *Démonstration de l'intégrabilité des équations différentielles ordinaires*, où l'on reconnaît la première apparition, à des fins de rejet, de l'axiome de choix. Dans sa recension de 1895, Frege fera le point sur cette question, qu'il subordonne à la question plus générale de la différence entre le calcul des domaines et son idéographie, en citant Husserl et Peano [Frege 1895, 440-442].

2.2 Ce débat mériterait une attention détaillée. Je me borne ici à le relier à l'interprétation qu'en ont donnée les intéressés, et au premier chef Husserl, du point de vue philosophique d'une théorie de la connaissance. Il est en effet remarquable que Frege, encouragé par l'envoi de la recension de Husserl par quoi débute leur correspondance, à donner lui-même une recension sans attendre comme il l'avait d'abord projeté la parution du tome II [Frege 1976, 94, Lettre du 24 mai 1891] ait fait de cette recension l'occasion d'une nouvelle confrontation entre le style de la *Begriffsschrift* et celui de la logique calculatoire de Boole, confrontation dont il fait juge Husserl ; et qu'il ait fait porter l'échange épistolaire de 1891, tout comme fera Husserl, sur des questions de philosophie de la connaissance ou de définition de la logique plutôt que sur l'expédient avancé par Schröder. Du côté de Frege nous trouvons l'accord avec Husserl contre Schröder sur la question de l'insuffisance des définitions formelles, et sur la nécessité de partir des jugements, non des concepts réduits à des classes, mais l'indication d'un désaccord avec la *Philosophie de l'arithmétique* sur la question des termes conceptuels dont Frege explique que leur référence n'est pas définie par l'existence d'objets tombant sous le concept [*ibid.*, 96]. Ce sont précisément les points que reprendra la recension de 1895. Du côté de Husserl, qui envoie à Frege sa recension, son article *Le calcul de la conséquence et la logique du contenu* et son livre de 1891, nous trouvons un accord avec Frege sur le caractère artificiel des méthodes algorithmiques, sur la distinction fondamentale entre la logique comme langage et calcul, le rejet de l'arithmétique formelle lorsqu'elle prétend dépasser le statut d'extension réussie des techniques arithmétiques en celui de théorie de l'arithmétique.

Comment interpréter cette convergence dans la critique, ou, à tout le moins, dans la prise de distance avec le programme d'algèbre de la logique ? Il me semble qu'elle s'éclaire si l'on y voit, en dépit de toutes les différences structurales qui séparent les deux philosophies, l'effet d'un commun et profond intérêt dans le problème de l'objet et la nécessité de sa légitimation par la théorie de la connaissance.

Héritier d'un siècle qui a consacré la prééminence des méthodes symboliques et conquis un statut objectif à des entités sans

support intuitif naturel autant qu'aux opérations elles-mêmes ramenées à des invariants structuraux dont le point d'attache à des facultés subjectives se dérobe au profit de ces nouveaux objets formels, Husserl entend, et cela dès ses travaux de jeunesse, assurer à la nouvelle technologie formelle, dont il a pu expérimenter la créativité, et dont il pressent peut-être l'imprévisibilité des points d'application, la garantie ultime d'une doctrine des contenus. Tel serait, peut-être, d'abord, le sens profond, et en tous les cas le seul clair, de l'accusation de psychologisme retournée contre Kant dans les *Prolégomènes*. Le reproche demeure obscur tant qu'assorti des seules déplorations de la malédiction de la double signification idéale et réelle des mots *entendement, raison, conscience* [Husserl 1900, § 38] C'est par ce même constat que débutait déjà l'interprétation de Marbourg, qui entendait montrer que, dans la théorie kantienne de l'expérience, le système des actes de la science est le vrai sens de l'entendement, pouvoir des règles, et qu'ainsi la psychologie se trouve dépassée de l'intérieur. Si l'on veut continuer de donner sens aux accusations de Husserl lecteur d'Hermann Cohen, il faut donc bien comprendre que l'accusation de psychologisme est à mettre en relation avec le niveau de *la logique et de la mathématique* où se pose le problème de l'objet dès lors que ses dimensions ne sont pas *a priori*, et en fait de façon psychologiste, réduites à celles de *l'objet d'expérience*.

2.3 La préoccupation du contenu, et du garant objectal des opérations les plus générales de la pensée objectivante, Husserl ne pouvait manquer de la reconnaître dans la définition contrastée du logique que Frege opposait à celle de Boole dans le texte de 1882, *Sur le but de l'idéographie*, en réponse à la recension de la *Begriffsschrift* par Schröder, et dont nous disposons de versions posthumes plus explicites encore. Il aurait également apprécié les distances que mettait Frege entre son idéographie et celle de Peano, vouée elle aussi à l'expression d'un contenu mais sans le porter à la hauteur d'une recherche des fondements.

A cette analyse de concepts originaires dont on pourrait, à l'aide d'une théorie déductive renouvelée, espérer garantir la base de l'édifice de la connaissance mathématique, il ne donne pas, certes, la forme d'une logique telle que la construisait Frege. Et la publication des *Recherches* marque la fin des travaux visant à une contribution à la logique de l'intérieur des mathématiques. Mais que ce soit justement pendant cette période qu'il ait cru possible la conciliation d'une théorie des méthodes symboliques avec des recherches "psychologiques" indique bien le rôle de fondement qu'il a cru, justement, pouvoir faire jouer à la psychologie, dont la logique serait la technologie, selon la conception que les *Prolégomènes* renient, et dont ils font la forme la plus naturellement prévisible du

psychologisme à l'époque du développement des techniques formelles.

Pendant toute ma formation préparatoire — écrit *l'Esquisse* de 1913 — je considérais comme allant de soi [...] que dans une philosophie des mathématiques il s'agit avant tout de faire une analyse radicale de l'"origine psychologique" des concepts mathématiques fondamentaux. [Husserl 1890-1913a, 375 (Original, 126)]

Et l'Avant-Propos de 1891 confirme que l'enquête psychologique répond à la question du fondement.

2.4 Sans vouloir gommer l'énorme différence d'orientation qui sépare l'ouvrage de jeunesse des *Prolégomènes*, ni laisser penser que la défense d'une logique du contenu contre une logique de la conséquence, dans le second des textes que Husserl oppose à Schröder et envoie à Frege, repose sur les mêmes principes que la défense frégréenne, il semble juste de souligner ce point d'accord dans l'exigence d'un fondement pour les concepts primitifs de la connaissance pure, et dans l'identification du nombre comme tel concept. Ici encore, c'est l'histoire des mathématiques qui est éclairante. C'est à l'histoire de l'Analyse que renvoient tant Frege, dans l'article *Fonction et Concept*, que le jeune Husserl. Frege date des développements de l'analyse supérieure l'exigence de fixer la dénotation du mot "fonction" lorsqu'il s'agit de donner des lois concernant les fonctions en général, et selon toute l'extension introduite par extension des opérations admises pour les construire à partir des seules opérations algébriques, et extension corrélatrice du cercle d'arguments et valeurs par admission de la variable complexe. C'est bien l'intervention de ce moment de "thématisation"³, interne à l'histoire de l'Analyse, qui impose à la réflexion philosophique le problème de l'objet, dès lors que les propriétés générales de familles de fonctions caractérisent des entités détachées des intuitions naturelles, par exemple de continuité. Husserl, quant à lui, nomme Weierstrass aux premières lignes de son livre de 1891 pour témoin de la conception dite ensuite d'arithmétisation de l'analyse et qui fait du nombre le concept primitif :

Weierstrass avait l'habitude de commencer ses mémorables leçons sur la théorie des fonctions analytiques par les phrases : l'arithmétique pure, ou analyse pure est une science qui a uniquement et seulement pour base le concept de nombre. [Husserl 1891a, Introduction, 14 (original, 5), note 1]

On sait que Husserl rapporte ici ses souvenirs d'étudiant et qu'il évoque très précisément les semestres de 1878 et 1880-1881.

3 Le mot est ici pris au sens de Jean Cavailles.

C'est en 1879 que Weierstrass démontre le *Vorbereitungssatz*. Husserl n'avait-il pas sous les yeux l'exemple, avec ce théorème fondateur en analyse complexe, d'un résultat objectif dont la signification géométrique apparaîtrait plus tard avec Poincaré, mais issu par une nécessité interne du développement des problèmes remontant à l'étude des propriétés additives de familles de fonctions par Euler, mais puissamment généralisées par les méthodes algébriques et sans référence nécessaire aux intuitions d'espace et de temps qui garantissaient naturellement, à l'époque de Kant, l'objectivité des mathématiques ?

N'est-ce pas ce problème que cherchaient à viser les textes sur l'imaginaire, et dont une conception purement algorithmique du logique, donnait au mieux une expression, mais en aucun cas une solution, sauf à postuler, comme Husserl et Frege le reprochent à la démarche schröderienne, que le symbolisme puisse tenir lieu de pensée ?

L'importance prodigieuse de la "pensée simplement symbolique" pour la conscience pouvait se comprendre théoriquement en mathématiques, après bien des efforts, d'un point de vue logique pour ainsi dire extérieur ; mais comment la pensée symbolique est-elle "possible", comment les relations mathématiques et logiques objectives se constituent-elles dans la subjectivité et comment l'évidence doit-elle être comprise, comment les mathématiques données dans le milieu psychique peuvent-elles être en soi quelque chose de valable, cela demeurait mystérieux. [Husserl 1890-1913a, 377 (original, 127-128)]

Cela demeurait mystérieux, écrit Husserl en 1913, parlant de l'époque 1886-1894 où il se dit lui-même avoir été «*moi, élève de Weierstrass*», mis dans l'embarras par la solution psychologique d'abord cherchée [*ibid.*]. Et la Première Préface des *Recherches* fera état de l'insatisfaction devant ses premiers résultats :

Cette fondation psychologique ne m'avait jamais paru pleinement suffisante dans certains cas [...] dès qu'on passait du déroulement psychologique de la pensée à l'unité logique du contenu de pensée, c'est-à-dire à l'unité de la théorie, nulle continuité ni clarté véritable ne paraissaient pouvoir se manifester. [Husserl 1900, Préface, VII]

Voici pour la théorie de la démonstration.

Aussi me trouvai-je également d'autant plus troublé par la question de principe suivante : comment l'objectivité de la mathématique peut-elle être compatible avec une fondation psychologique du logique ? [*ibid.*]

Voici pour le problème de l'objet. C'est bien la double ambition

qu'avait naguère reconnue Jean Cavaillès dans la prétention phénoménologique [Cavaillès 1947, 44]. Il me semble qu'elle est repérable dès les essais maladroits et plus tard reniés, du jeune Husserl, et déjà lisible dans sa réaction à Schröder, qui recoupe en partie celle de Frege, et, d'ailleurs, de Dedekind. Mais en partie seulement.

2.5 C'est ce recouplement seulement partiel qu'il faut interroger pour finir. C'est de ses modalités que pourrait dépendre, me semble-t-il, l'appréciation d'une ligne de partage philosophique sur la question du psychologisme. Loin de multiplier, sur la base des critiques mal comprises de Frege par le Husserl de 1891, dont le compte rendu de 1894 devait faire définitivement justice, les arguments en faveur d'une coupure avec le psychologisme intervenue, sous l'influence de ce compte-rendu, chez le Husserl des *Prolégomènes*, et par là d'une éventuelle conciliation des thèses du Husserl de maturité avec la philosophie fregéenne de la connaissance, je voudrais proposer l'hypothèse inverse. On pourrait la formuler de la façon suivante : du constat d'échec d'un fondement psychologique de la mathématique formelle, Husserl a tiré la leçon de l'abandon de ce qu'il appelait philosophie arithmétique dans sa jeunesse, c'est-à-dire une reconstruction de la logique universelle interne aux mathématiques, au profit d'une critique de la psychologie et de son dépassement en une phénoménologie externe au mouvement propre de la mathématique, en cela plus et non pas moins psychologiste que n'était le kantisme comme théorie de la connaissance physico-mathématique de son temps.

2.6 En effet, il n'est pas douteux que le recouplement des critiques husserlienne et fregéenne à Schröder n'est que partiel. Nous en avons un indice qui suffit à établir l'ampleur de la différence, dans les critiques que Husserl croit en 1891 adresser à la fois à Schröder et Frege comme tenants d'une logique de l'extension, et, en particulier, des définitions par équivalence. Le reproche est avancé dans la recension de Schröder qui renvoie au contre exemple qu'est l'article *Calcul de la conséquence et logique du contenu*. Il n'est pas sans rappeler la défense fregéenne de la priorité du concept sur l'extension. Mais le livre de 1891 confond Frege et Schröder dans cette critique :

Nous trouvons de telles conceptions chez E. Schröder et chez Frege, qui définissent tous les deux l'égalité numérique de la manière que nous contestons. [Husserl 1891, 116 (trad., 128)]

Pour lui la définition par équivalence est ambiguë, non pour les raisons qui motiveront Russell, et avant lui Frege, à ne pas se satisfaire des définitions par abstraction, mais pour la raison psychologique que le contenu de la relation biunivoque change avec

chaque acte de mise en correspondance et ne peut donc pas être plus élémentaire que le concept de nombre [*ibid.*, 116 et 130], et, d'autre part, que la définition de l'attribution d'un nombre à une multiplicité comme classement dans un groupe déterminé de multiplicités équivalentes entre elles est sans rapport avec l'usage de la numération d'objets singuliers concrets dont il suffit de négliger les particularités spécifiques [*ibid.*, 127-128].

Le compte-rendu cinglant de Frege en 1894 fera justice de ces contresens commis à son endroit. Et ce tant en précisant le sens de sa théorie de l'abstraction comme théorie des fonctions logiques de second ordre, qu'en pointant l'incapacité des concepts psychologiques de liaison, attention et négligence, à faire le travail exigé d'une logique du contenu.

Ce compte rendu n'aurait peut-être pas été nécessaire si Husserl avait entendu la lettre de Frege de 1891, et compris qu'il s'était trompé sur la nature du concept fregeen qu'il assimilait à la fois à la présentation algébrique des relations chez Schröder et à une description de contenu de l'*Inbegriff*, distinct de l'extension, auquel il rendait hommage mais en le jugeant à l'aune psychologique. Mais comment avait-il pu se tromper à ce point, lui qui déclare avoir pris à la lecture des *Grundlagen*, pendant la rédaction de son livre, un plaisir particulier au style clair et ennemi du vague de son auteur, dont on voit, en effet, qu'il lui réserve une appréciation détaillée, et dont Frege n'eut pas, de son vivant, beaucoup d'exemples ?

2.7 J'avancerai en conclusion l'hypothèse que Husserl s'est trompé parce qu'il n'a pas su voir dans les *Grundlagen* cela même qu'il reprochait à Schröder de ne pas fournir : une logique à la fois universelle, pour prétendre à être fondatrice, et expressive d'un contenu. Et qu'en somme, la bifurcation de la phénoménologie par rapport à la philosophie arithmétique, qui divise Husserl d'avec lui-même comme d'avec Frege, prend ses racines dans cet aveuglement initial, qui ne serait pas celui du psychologisme au sens où l'on convient que l'auteur l'aurait ensuite renié et réduit. S'il y avait bien psychologisme, mais un psychologisme durable, et dont Husserl a revendiqué la tension à l'époque même où il le combattait le plus vivement, c'est à titre dérivé, et comme cette conséquence qu'avait notée Jean Cavaillès, de la substitution de la réflexion prise pour absolu au travail effectif et imprescriptible de l'esprit. La Préface des *Recherches logiques* le dira ; c'est par une décision «*d'ajournement complet de ses recherches philosophico-mathématiques*» que l'auteur, «*abandonné par la logique partout où (il) en attendai(t) des éclaircissements sur les questions précises*» qu'il se posait, devait poursuivre sous une forme de «*réflexions critiques d'ordre général sur l'essence de la logique et principalement sur le rapport entre la*

subjectivité du connaître et l'objectivité du contenu de la connaissance» la tâche de théorie de la connaissance et de «*compréhension critique de la logique en tant que science*» [Husserl 1900, Préface p. VII]. La voie qu'avait suivie Frege était tout autre. On peut montrer qu'elle le rapprochait de Dedekind, à même distance de Schröder dans leur commune ambition de montrer dans l'arithmétique «*une partie de la logique*», et même qu'il convient de relativiser l'opposition souvent évoquée d'une philosophie de la libre création du nombre par l'esprit à une philosophie de réduction à du donné logique, au profit d'une même adhésion à la thèse d'indépendance de l'arithmétique par rapport aux suggestions spatio-temporelles, résultat obtenu à la fois en analyse et dans la contribution de Dedekind à l'algébrisation du continu. Sous le concept de création dedekindienne, c'est l'émergence du concept de complétion en tant que distinct des procédures locales d'adjonction d'idéaux qu'il faudrait entendre, et sous la réduction fregéenne, l'emploi de l'algèbre comme outil de généralisation des propriétés de familles de fonctions.

Dans les deux cas, qu'il s'agisse de la contribution à la constitution des concepts algébriques d'ensemble et de corps, ou des concepts logiques de fonction et de modèle, la généralisation apportée au problème de l'objet était interne au mouvement des mathématiques elles mêmes et à leur histoire effective. Si Husserl avait lu et compris la *Begriffsschrift* plutôt que les *Grundlagen*, peut-être aurait-il compris quel enracinement organique avait le prédicat fonction logique dans ce mouvement de généralisation et de fondement interne aux mathématiques.

S'il ne pouvait que sympathiser avec les exigences de reconnaissance absolue du nombre comme objet logique introductrices de tant de difficultés dans l'idéographie à partir des *Grundlagen*, et par où Frege entendait à sa manière arrêter lui aussi le mouvement imprévisible d'une histoire de la logique mathématique, il n'était pas prêt à saluer, dans les travaux de Dedekind, l'amorce d'un style organique d'algébrisation du logique : soustrait à l'artificialisme imitatif qu'il reprochait à l'algèbre de la logique, mais ouvert aux surprises de l'histoire.

Le programme de *division du travail* entre le mathématicien et le philosophe que dresse le §71 des *Prolégomènes*, rétablissait, on l'a vu, le mathématicien dans ses droits de parent naturel pour les concepts logiques. Mais c'était pour ne reconnaître en ce dernier que le «*technicien ingénieux le constructeur qui, attentif seulement aux connexions formelles édifie la théorie comme un chef d'oeuvre technique*» [Husserl 1900, § 71, 253 (trad., 279)] et laisser le rôle de la *théoria* au philosophe interrogateur des essences.

L'histoire ultérieure devait montrer de quelles revanches est capable le technique renversant les constructions effectuées, selon la formule de J. Cavailles, dans un abstrait qui le dépasse. Mais cette division même du travail n'est-elle pas cette méconnaissance de l'intelligible qui n'est pas «*atteinte d'absolu, mais hypostasie de systèmes et procédés qui ne sont qu'en tant que transitoires*» [Cavaillès 1947, 36]. Hypostasie d'une idée arrêtée de l'articulation de la mathématique formelle avec le problème de l'objectivité *a priori*, cette division du travail décidera de la phénoménologie comme philosophie de la conscience. N'est-elle pas en fin de compte ironiquement commandée par la prégnance du modèle d'un temps, pour la philosophie mathématique, celui de l'Algèbre de la Logique, et par le jeu que l'alliance divisée et non organique du travail mathématique et philosophique laisse libre en lui pour la maîtrise illusoire de ses contenus par la psychologie ?⁴

Bibliographie

Cavaillès, J.

1947 *Sur la Logique et la Théorie de la Science*, Paris : P. U. F.

Frege, G.

1895 Kritische Beleuchtung einiger Punkte, in [Schröder 1956]

1967 *Kleine Schriften*, OLMS.

1976 *Wissenschaftlicher Briefwechsel*, Hamburg : F. Meiner.

Heinzmann, G.

1992 Présentation de Schröder : Leçons sur l'algèbre de la logique (1890) in *Logique et fondements des mathématiques* [de Rouilhan 1992].

Husserl, E.

1890-1913a *Articles sur la Logique*, trad. française, Paris : P.U.F., 1975.

4 Faut-il préciser que l'histoire du projet algébrique de Schröder ne s'arrête ni avec le premier tome des *Leçons*, ni avec le renouveau dedekindien puis tarskien des rapports féconds de l'algèbre et de la logique ? l'abandon du problème des fondements. tel que le posait le XIXème siècle, et la part grandissante prise par l'informatique dans la logique mathématique motivent un regain d'intérêt pour le calcul algébrique des relations (P. J. Freyd, V. Pratt, F. W. Lawvere) Je dois cette information à mon collègue J. P. Olivier. L'avenir dira si ce nouveau style de mathématiques nourrira une "philosophie mathématique" plus organique que le modèle de l'algèbre de la logique, qui n'y pouvait mener directement, et dont la redécouverte suppose au contraire les puissantes généralisations créatrices de l'algèbre abstraite et de la logique algébrique.

Le jeune Husserl, lecteur de Schröder

- 1890-1913b Recension du livre de Schröder : Leçon sur l'algèbre de la logique, in *Articles sur la Logique*, trad. française, Paris : P.U.F., 1975.
- 1891a *Philosophie de l'Arithmétique*, trad. française, Paris : P. U. F, 1972.
- 1891b Sur le concept de nombre, in *Philosophie de l'Arithmétique*, trad. française, Paris : P. U. F, 1972.
- 1900 *Recherches Logiques I (Prolégomènes)*, trad. française, Paris : P.U.F., 1959
- Peano, G.
1958 *Opere Scelte*, ed. Cassina, tomes 1 à 3, Roma : Cremonese.
- Philonenko, A.
1989 *L'Ecole de Marbourg*, Vrin.
- Rouilhan, P. ed
1992 *Logique et fondements des mathématiques (1850 -1914)*, Paris : Payot.
- Schröder, E.
1890-1895 *Vorlesungen über die Algebra der Logik 1890- 1895, Leipzig*, in *Vorlesungen.*, New-York : Chelsea, 1966.
- Tarski, A. et Chin, L. H.
1951 Distributive and modular laws in the arithmetic of relation algebras, University of California Publications in *Mathematics*, I, p. 341-384.