

ABDEL-ILAH BENABDALLAH

Générateurs de l'algèbre $\mathcal{U}(G)^K$ avec $G = SO(m)$ ou $SO_o(1, m - 1)$ et $K = SO(m - 1)$

Publications du Département de Mathématiques de Lyon, 1982, fascicule 4B
« Journées d'analyse harmonique », , p. 1-2

http://www.numdam.org/item?id=PDML_1982__4B_A3_0

© Université de Lyon, 1982, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Publications du Département de mathématiques de Lyon » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

GENERATEURS DE L'ALGÈBRE $\mathcal{U}(G)^K$

AVEC $G = SO(m)$ OU $SO_0(1, m-1)$ ET $K = SO(m-1)$

Par Abdel-Ilah BENABDALLAH

(Université Claude Bernard - Lyon-I)

Soient G un groupe de Lie connexe, K un sous-groupe compact de G , π une représentation irréductible de K d'espace V , E le fibré homogène associé à la représentation π , $\Gamma(E)$ l'espace des sections C^∞ de ce fibré, $C^\infty(G, V)^\pi$ l'espace des applications C^∞ de G dans V vérifiant :
 $f(gk) = \pi(k^{-1})f(g)$, ($g \in G$, $k \in K$), et enfin \mathcal{D}_π l'algèbre complexe des opérateurs différentiels sur E invariants par l'action naturelle de G sur $\Gamma(E)$. Rappelons que $\Gamma(E)$ est en correspondance bijective avec l'espace $C^\infty(G, V)$. Cette correspondance sera notée \sim dans la suite.

Soient aussi $\mathcal{U}(G)$ (resp. $\mathcal{U}(K)$) l'algèbre réelle des opérateurs différentiels sur G (resp. sur K) invariants par les translations à gauche de G , (resp. de K) et $\mathcal{U}(G)^K$ la sous-algèbre de $\mathcal{U}(G)$ formée des éléments de $\mathcal{U}(G)$ qui sont invariants par les translations à droite de K . On note $\mathcal{U}(G) \otimes \mathbb{C}$ (resp. $\mathcal{U}(K) \otimes \mathbb{C}$) la complexifiée de l'algèbre de $\mathcal{U}(G)$ (resp. $\mathcal{U}(K)$), $(\mathcal{U}(G) \otimes \mathbb{C})^K$ le commutant de $\mathcal{U}(K) \otimes \mathbb{C}$ dans $\mathcal{U}(G) \otimes \mathbb{C}$ et enfin $d\pi$ la représentation infinitésimale de π , J le noyau de $d\pi$ dans $\mathcal{U}(K) \otimes \mathbb{C}$ et $J^* = S^*(J)$ où S^* est l'anti-automorphisme principal de $\mathcal{U}(K) \otimes \mathbb{C}$.

Minemura [2] a démontré le résultat suivant : pour $D \in (\mathcal{U}(G) \otimes \mathbb{C})^K$, soit $\mu(D)$ l'élément de \mathcal{D}_π défini par

$$\mu(\widetilde{D})u = \widetilde{D}u \quad (u \in \Gamma(E)).$$

Alors $\text{Ker } \mu = (\mathcal{U}(G) \otimes \mathbb{C})^K \cap (\mathcal{U}(G) \otimes \mathbb{C})J^*$ et l'application μ_K définie à partir de μ par passage au quotient est un isomorphisme d'algèbres.

Ce résultat nous montre que l'étude de \mathcal{D}_π se ramène à celle de $(\mathcal{U}(G) \otimes \mathbb{C})^K$. Nous calculons explicitement les générateurs de l'algèbre réelle $\mathcal{U}(G)^K$ dans le cas où G est le groupe $SO(m)$ ou $SO_0(1, m-1)$ et K le sous-groupe $SO(m-1)$, ($m \geq 3$). Ces générateurs sont des générateurs de l'algèbre complexe $(\mathcal{U}(G) \otimes \mathbb{C})^K$.

Le résultat obtenu est le suivant :

THEOREME. - Pour $G = SO(m)$ ou $SO_0(1, m-1)$ et $K = SO(m-1)$, l'algèbre $\mathcal{U}(G)^K$ admet $(m-1)$ générateurs constitués par les générateurs du centre de $\mathcal{U}(G)$ et les générateurs du centre de $\mathcal{U}(K)$. En particulier cette algèbre est commutative.
