NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

D. WOLKOWITSCH

Sur les droites conjuguées communes à deux complexes linéaires

Nouvelles annales de mathématiques 6e série, tome 2 (1927), p. 197-198

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1927_6_2__197_0>

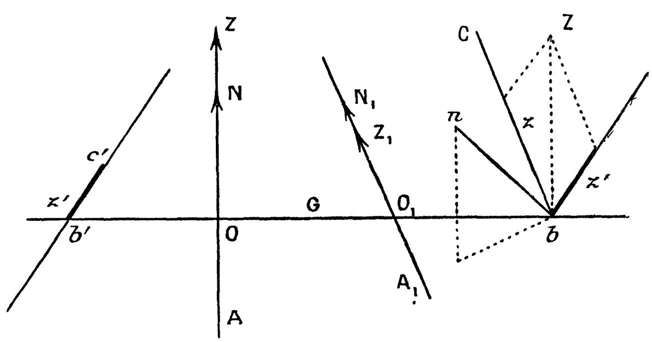
SUR LES DROITES CONJUGUÉES COMMUNES A DEUX COMPLEXES LINÉAIRES ;

Par D. WOLKOWITSCH.

Nous supposons connus pour les deux complexes linéaires C et C_1, les axes centraux A et A_1 supports des vecteurs résultants Z et Z_1 et des axes des couples résultants correspondants N et N_1.

I. D'après une propriété connue des droites conjuguées, la perpendiculaire commune aux droites cherchées D, D_1 coupe normalement les deux axes A, A_1, elle coïncide donc avec la perpendiculaire commune G à ces deux axes A, A_1. Nous appellerons O et O_1 les points d'intersection des deux axes avec la droite G.

Nous avons à déterminer les directions des deux droites D et D_1, normales à G, et leurs points d'intersection avec G.



II. Considérons le complexe C.

En un point quelconque b de G, l'axe du couple est un vecteur bn, résultant du vecteur N et d'un vecteur normal au plan $b.Z$, de grandeur $\overline{bO}.Z$ qui représente le moment du vecteur Z par rapport au point b.

Rappelons que le lieu de la droite bn, quand le point b décrit la droite G, est un paraboloïde hyperbolique dont un plan directeur est normal à G et l'autre normal à A. Nous désignerons ce paraboloïde par P.

III. Cherchons maintenant, dans le complexe C, la droite conjuguée d'une droite bc normale à G.

D'après les propriétés élémentaires des systèmes de vecteurs, la droite cherchée $b'c'$ est normale au plan $G.bn$ et coupe la droite G en un point b' que nous allons déterminer.

Décomposons le vecteur Z suivant les deux directions connues bc et $b'c'$ et appelons z et z' les deux composantes. La distance bb' est déterminée par la relation

$$z'.\overline{bb'} = \overline{bn}$$

qui exprime que le système ZN est équivalent au système des deux vecteurs z et z', portés par la droite bc et par sa conjuguée.

On notera que la direction de la droite $b'c'$ est constante quelle que soit la direction de bc dans le plan normal à G mené par le point b, et que la distance bb' seule varie avec cette direction, puisqu'elle dépend de la composante z'.

IV. Le complexe C_1 donne lieu à des considérations identiques, soit P_1 le paraboloïde correspondant.

Le point b appartiendra à l'une des droites cherchées D ou D_1 si les deux droites bn et bn_1 sont confondues; autrement dit si le point b est l'un des points où les deux surfaces P et P_1, qui ont en commun la génératrice G, se raccordent.

Le point b' sera le deuxième point de raccordement.

La droite D est normale au plan tangent commun en b' et la droite D' normale au plan tangent commun en b.

Les deux droites conjuguées communes sont donc réelles ou imaginaires conjuguées comme les points b et b' eux-mêmes.