A. Labrousse

Questions proposées

Nouvelles annales de mathématiques 6e série, tome 2 (1927), p. 180-181

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1927_6_2__180_1>

QUESTIONS PROPOSÉES;

PAR A. LABROUSSE.

2500. On pose $P_n + iQ_n = (x+iy)^n$, P_n et Q_n étant des polynomes en x et y à coefficients réels. Montrer que l'aire de la portion de surface du cylindre droit $x^2+y^2-R^2=0$ comprise entre le plan $z=0$ et la surface d'équation

$$z = A_0 + \sum_1^n {}_k (A_k P_k + B_k Q_k)$$

reste constante lorsque les coefficients A_k et B_k varient.

Il en est de même pour le volume V compris entre le cylindre, le plan $z=0$ et la surface S.

Trouver à quelles conditions le centre de gravité du volume V supposé homogène reste fixe lorsque les coefficients A_k et B_k varient.

2501. Les contours apparents d'un ellipsoïde sur les faces d'un trièdre trirectangle sont trois ellipses.

Montrer que lorsque l'orientation du trièdre varie la somme des carrés des aires de ces ellipses reste constante, ainsi que la somme des aires de leurs cercles orthoptiques.

2502. Si un plan Π coupe une biquadratique gauche en quatre points situés sur un cercle, il en est de même de tout plan parallèle au plan Π. Quelle est l'enveloppe des plans Π passant par un point donné?

2503. Si un plan Π coupe une biquadratique gauche en quatre points formant un groupe orthocentrique (chaque point orthocentre du triangle déterminé par les trois autres), il en est de même de tout plan parallèle au plan Π.

Quelle est l'enveloppe des plans Π passant par un point donné?

2504. Les courbes gauches dont la longueur d'arc est invariante par une homographie conservant le plan de l'infini ont aussi leur torsion invariante dans une autre homographie de même type.

2505. x et y désignant deux variables réelles établir les relations

$$\sum_{1}^{\infty}{}_n \operatorname{Log}\left(\cos^2\frac{x}{2^n} + \operatorname{Sh}^2\frac{y}{2^n}\right) = \operatorname{Log}\frac{\sin^2 x + \operatorname{Sh}^2 y}{x^2 + y^2}$$

$$\sum_{1}^{\infty}{}_n \operatorname{Arc\,tang}\left(\operatorname{tang}\frac{x}{2^n}\operatorname{Th}\frac{y}{2^n}\right) = \operatorname{Arc\,tang}\frac{y \operatorname{tang} x - x \operatorname{Th} y}{x \operatorname{tang} x - y \operatorname{Th} y}.$$

2506. Pour que la perpendiculaire commune à une droite Δ et aux génératrices G de même système d'un hyperboloïde à une nappe (H) décrive un cylindroïde il faut et il suffit que Δ soit un axe de symétrie de H ou située dans le plan central d'une génératrice G déterminée et parallèle à cette génératrice.

2507. Pour que les droites rencontrant normalement une droite Δ et touchant une quadrique Q engendrent un cylindroïde, il faut et il suffit que Q soit ou un paraboloïde de révolution d'axe parallèle à Δ, ou un cône coupé par les plans normaux à Δ suivant des paraboles dont les foyers décrivent une parallèle à Δ.

2508. Soit S une conique fixe inscrite dans un triangle ABC. Les coniques Σ circonscrites au triangle ABC et tangentes à S coupent S en deux points MM′ autres que le point de contact. Démontrer que la correspondance (MM′) sur la conique S se décompose en quatre involutions.