Nouvelles annales de mathématiques

Certificats de calcul différentiel et intégral

Nouvelles annales de mathématiques 6e série, tome 2 (1927), p. 159-160

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1927_6_2__159_1>

CERTIFICATS DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — C.105. — 1° *Les surfaces* S *d'équation*

$$y(z+b) = x(x+a),$$

où a et b sont des constantes, vérifient, quelles que soient a et b, une équation E *aux dérivées partielles du premier ordre que l'on formera.*

2° *Trouver la surface* Σ *intégrale générale de cette équation* E. *Montrer que* Σ *est réglée; que sont les génératrices de* Σ *vis-à-vis de* E ?

3° *Le long de chaque caractéristique de* E, x, y, z, p, q *satisfont à un système différentiel* D *que l'on intégrera complètement en exprimant* y, z, p, q *au moyen de x et de trois constantes arbitraires.*

4° *On considère la surface réglée définie paramétriquement par les équations*

$$x = tz + \varphi(t), \qquad y = t^2 z + t\varphi(t).$$

Former l'équation des asymptotiques; déterminer φ *de sorte que* $z = 0$ *donne une asymptotique particulière et intégrer l'équation correspondante.*

(Lille, juillet 1926.)

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I.C.106. — 1° *On considère l'équation aux dérivées partielles*

$$(E) \qquad 2p - q^2 x = 0.$$

Former les équations différentielles des caractéristiques et les intégrer, en mettant en évidence les coordonnées x_0, y_0, z_0, p_0, q_0 *de l'élément de contact initial (liées par la relation* $2p_0 - q_0^2 x_0 = 0$). *Montrer que la courbe* (x, y, z) *support de la caractéristique*

$$(x, y, z, p, q)$$

est une parabole.

2° *Trouver une intégrale complète; en déduire l'intégrale générale.*

3° *Trouver en se servant des équations des caractéristiques formées au n° 1, l'intégrale de* E *contenant la courbe*

$$z = 0; \qquad x^2 + 2y = 0.$$

II.C.107. *On considère les deux équations différentielles*

$$(E) \qquad y'' + p(x)y' + q(x)y = 0,$$

$$(E_1) \qquad z'' - p(x)z' + [q(x) - p'(x)]z = 0.$$

Montrer qu'une intégrale arbitraire y *de* (E) *et une intégrale* **arbi**traire z *de* (E_1) *sont liées par la relation*

$$(A) \qquad zy' - z'y + pyz = C,$$

où C *est une constante (variable avec le choix des intégrales* y *ou* z).

Déduire de là que si l'on connaît une intégrale particulière z *de* E_1, *l'intégrale* générale *de* E *s'obtient en intégrant l'équation* (A) *où* C *sera laissée* indéterminée.

Montrer qu'en réalité on pourra se borner, pour intégrer (A) *dans sa généralité, aux deux cas* $C = 0$ *et* $C = 1$.

(Lille, novembre 1926.)