Certificat de géométrie supérieure

Nouvelles annales de mathématiques 6e série, tome 2 (1927), p. 158-159

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1927_6_2__158_0>

CERTIFICAT DE GÉOMÉTRIE SUPÉRIEURE.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. *a étant une longueur donnée, soit* S *la surface d'équation*

$$xz^2+(x-a)(x^2+y^2-2ax)=0.$$

Elle est coupée par le plan des xy suivant une circonférence Γ *et une droite* Δ *qui se coupent en deux points* A *et* B.

1° *Montrer que les sections de* S *par les plans passant par* Oz *sont des circonférences* C. *En déduire une définition géométrique de* S.

2° *Que devient* S *quand on la transforme par une inversion de pôle* A *ou* B ? *Quand on prend pour pôle d'inversion un point quelconque de* Δ (*sauf* A *et* B) *ou un point réel de l'axe* Oz *et une puissance d'inversion convenable,* S *se transforme en elle-même.*

3° *Montrer que les lignes de courbure de* S *sont les circonférences* C *et une autre famille de circonférences* (C'). *Donner une définition géométrique des circonférences* (C'). *Quel est le lieu des centres de courbure principaux de* S ?

4° *Les équations $y=ux$, $z=v(x-a)$ permettent d'obtenir des équations paramétriques de* S. *On fait correspondre au point (u, v) de* S *le point d'un plan qui a pour coordonnées* $X=\varphi(u)$, $Y=\psi(v)$. *Déterminer les fonctions φ et ψ de manière que cette correspondance soit une représentation conforme.*

Nota. — *A défaut d'une méthode plus simple, on pourra utiliser les coordonnées curvilignes u, v définies dans la question n° 4 pour la recherche des lignes de courbure de* S (*question* 3°).

ÉPREUVE PRATIQUE. — II. *On donne la congruence de droites*

$$x = R\cos\omega\cos\theta - \lambda\sin\omega\sin\theta,$$
$$y = R\sin\omega\cos\theta + \lambda\cos\omega\sin\theta,$$
$$z = \lambda\cos\theta;$$

R *étant une longueur donnée,* λ *le paramètre fixant la position du point courant sur chaque droite,* ω *et* θ *les deux paramètres de la congruence.*

1° *Déterminer la surface focale de la congruence et préciser sa nature;*

2° *Déterminer les développables de la congruence, leurs arêtes de rebroussement et les trajectoires orthogonales de ces arêtes;*

3° *Déterminer le point central et le paramètre de distribution de la génératrice,* ω_0, θ_0 *quand on la considère comme faisant partie de la surface* $\omega = \omega_0$.

INDICATIONS SUR LA SOLUTION PAR A. MONJALLON. — II. 1° La surface focale est les sphères $x^2+y^2-z^2 \pm 2Rz = 0$;

2° Les développables sont définies par $\pm d\omega = \dfrac{d\theta}{\cos\theta}$, leurs arêtes de rebroussement correspondent à $\lambda = \pm R\cos\theta$; elles sont situées sur la surface focale et leurs trajectoires orthogonales correspondent à $\mp d\omega = \dfrac{d\theta}{\cos\theta}$, les signes se correspondant;

3° Le point central est défini par $\lambda = 0$ et le paramètre de distribution a pour valeur $k = R\sin\theta$.

(Rennes, juin 1926.)