NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

BERTRAND GAMBIER

Problème de calcul différentiel et intégral (agrégation 1925)

Nouvelles annales de mathématiques 6e série, tome 1 (1925), p. 276-277

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1925_6_1__276_1>

PROBLÈME DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL (AGRÉGATION 1925).

PAR M. BERTRAND GAMBIER.

Erratum. — Je rectifie une erreur d'étourderie dans la question V, traitée correctement, si tous les a_n sont positifs. Quand les a_n ne sont pas tous positifs, on introduit une fonction majorante de $f(x)$, soit

$$\bar{f}(x) = \bar{a}_2 x^2 + \bar{a}_3 x^3 + \ldots + \bar{a}_n x^n + \ldots,$$

où chaque $\bar{a}_n$ est positif et surpasse $|a_n|$; nous calculons les fonctions auxiliaires

$$\bar{y} = -kx + \sum_2^\infty \bar{\alpha}_n x^n, \qquad \bar{z} = -kx + \sum_2^\infty \bar{\beta}_n x^n.$$

Ce calcul, par la méthode du texte, donne évidemment des nombres $\bar{\beta}_n$, $\bar{\alpha}_n$ tous positifs tels que

$$\bar{\beta}_n \geqq |\beta_n|, \qquad \bar{\alpha}_n \geqq |\alpha_n|, \qquad \bar{\beta}_n \geqq \bar{\alpha}_n \geqq |\alpha_n|.$$

La convergence de la série $\bar{z}$ entraîne donc la convergence des trois autres séries $\bar{y}$, z, y ($|\beta_n|$ n'a aucune raison d'être supérieur à $|\alpha_n|$, comme je l'ai annoncé).

Remarque. — Que ceci me permette de donner une remarque ingénieuse, due à M. Valiron, de Strasbourg, concernant la première partie, et l'hypothèse $x'_0 > 0$: il s'agit de montrer que le mobile ne progresse vers les x positifs que pendant un temps fini, pour rétrograder.

Nous supposons $f(x)$ continue et positive pour toutes les valeurs positives de x, *tendant peut-être vers zéro si x croît au delà de toutes limites* (auquel cas la limite inférieure m de ma démonstration devient nulle et ne peut plus être utilisée). Pendant le laps de temps où x' est positive ou nulle, *démontrons d'abord que x reste fini.* J'écris en effet de nouveau (8) et (9), page 203,

$$x'' = -kx' - f(x), \tag{8}$$

$$x' = x'_0 - k(x - x_0) - \int_{t_0}^{t} f(x)\,dt. \tag{9}$$

De là résulte évidemment

$$0 \leqq x' < x'_0 - k(x - x_0), \tag{9'}$$

d'où

$$x_0 < x < x_0 + \frac{x'_0}{k}.$$

J'achève, comme dans le texte, en utilisant $m(x_0, x'_0)$ limite inférieure de $f(x)$ dans l'intervalle $\left(x_0, x_0 + \frac{x'_0}{k}\right)$ et non plus m limite inférieure de $f(x)$ dans l'intervalle $(x_0, +\infty)$.