NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

R. HARMEGNIES

Sur la surface dont tous les points sont des ombilics

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 20 (1920), p. 180-181

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1920_4_20__180_1>

[$O^1 5h$]

SUR LA SURFACE DONT TOUS LES POINTS SONT DES OMBILICS ;

PAR M. R. HARMEGNIES.

Je me propose d'établir *géométriquement* que cette surface (Σ) est une sphère. En effet, toute ligne tracée sur (Σ) en est une ligne de courbure; il en est de même sur une sphère quelconque, et le théorème de Joachimstal montre que les plans tangents à (Σ) et à une sphère quelconque en tous les points de leur intersection forment un angle constant. Considérons trois sphères de centres O_1, O_2, O_3, passant par deux points quelconques A et B de (Σ), et les normales AN, BN′ à (Σ) en ces points. L'égalité des angles O_1AN et O_1BN', O_2AN et O_2BN', O_3AN et O_3BN' montre que AN et BN′ se coupent en un point ω du plan $O_1O_2O_3$, tel par conséquent que l'on ait $\omega A = \omega B$. A et B étant deux points quelconques de (Σ), on voit bien que cette surface est une sphère. Dans un cas limite, si AN et BN′ sont parallèles au plan $O_1O_2O_3$, on obtient évidemment un plan. On pourrait d'ailleurs démontrer aussi le théorème en coupant par des plans qui passent en A et B.