

Concours spécial d'admission à l'École polytechnique en 1919. Sujets de composition

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 19 (1919), p. 435-437

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1919_4_19__435_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1919, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques*

<http://www.numdam.org/>

**CONCOURS SPÉCIAL D'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE
EN 1919.
SUJETS DE COMPOSITION.**

Première composition de Mathématiques.

On donne une ellipse rapportée à ses axes, de longueurs $2a$, $2b$, et les tangentes aux quatre sommets. Sur cette ellipse, on prend un point M , de coordonnées $x = a \cos \varphi$, $y = b \sin \varphi$, et l'on mène la tangente en ce point. On trace le cercle C qui a pour diamètre la partie de cette tangente comprise entre les tangentes aux sommets du grand axe et le cercle C' qui a pour diamètre la partie de la même tangente qui est comprise entre les tangentes aux sommets du petit axe.

1° Former, en fonction du paramètre φ , les équations des cercles C et C' . Quelles remarques peut-on faire au sujet des deux familles de cercles C et C' et de leur axe radical?

2° Calculer, en fonction de φ , les coordonnées des points d'intersection D et D' des deux cercles C et C' .

3° Trouver, lorsque M décrit l'ellipse, le lieu du

point P qui divise le segment DD' dans un rapport donné m .

4° Enveloppe des courbes ainsi trouvées pour les diverses valeurs de m . Discuter la réalité des points de contact de ces courbes avec leur enveloppe ; distinguer les divers cas de figure.

Deuxième composition de Mathématiques.

On donne l'équation en t

$$(E) \quad (b - at)(1 + t^2) - 1 = 0.$$

1° Déterminer les coefficients a et b de manière que cette équation admette une racine double donnée θ .

2° Considérant les expressions ainsi trouvées pour a et b comme les coordonnées rectangulaires d'un point M, construire le lieu (C) des positions que prend le point M quand on fait varier la racine double donnée θ .

Les coefficients a et b étant supposés quelconques, quelle est la signification géométrique de l'équation (E) relativement à la courbe (C) et au point P de coordonnées a et b ?

3° Dans l'équation (E), on donne à b la valeur $\frac{5}{8}$ et on laisse a quelconque ; discuter, suivant la valeur de a , la réalité des racines de l'équation (E).

Contrôler les résultats de la discussion algébrique en utilisant la signification géométrique de l'équation (E).

4° La tangente à la courbe (C), de coefficient angulaire $m = \tan \alpha$, rencontre cette courbe en deux points M_1 et M_2 autres que le point de contact M_0 . Calculer, en fonction de α , la longueur de l'arc $M_1 M_0 M_2$ compris, sur la courbe C, entre les points M_1 et M_2 . On supposera $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$. (4 heures).

Épure.

Par un point O , situé à 3^{cm} au-dessus du plan horizontal de projection et à 9^{cm} en avant du plan vertical, passe une droite de front Δ , qui fait un angle de 45° avec la verticale et va en descendant de gauche à droite. Une droite de front Γ fait un angle de 30° avec Δ . La perpendiculaire commune aux droites Γ et Δ passe par le point O et a pour longueur 3^{cm} . La droite Γ , en tournant autour de Δ , engendre un hyperboloïde H .

Par le point O , on élève à Δ , dans le plan de front, une perpendiculaire OS de longueur égale à 3^{cm} , au-dessous de O .

Une droite, passant par S et faisant un angle de 30° avec SO , engendre un cône C en tournant autour de SO .

On limite l'hyperboloïde H par le plan horizontal de projection et par un plan de profil situé à 3^{cm} à gauche du point O . Représenter ce qui reste de ce solide lorsqu'on enlève la partie intérieure au cône C .

Ligne de terre sur le petit axe de la feuille. Ligne de rappel du point O à 6^{cm} à gauche du grand axe.