Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 17 (1917), p. 347-349

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1917_4_17__347_1>

CORRESPONDANCE.

M. d'Ocagne. — *Sur les droites orthoptiques de deux paraboles*. — Dans la très jolie étude, de forme purement géométrique, qu'il a donnée de la courbe orthoptique de deux coniques (*N. A.*, 1917, p. 1), M. Picardat a rencontré deux cas où l'orthoptique de deux paraboles devient une droite; ces deux cas sont ceux où les deux paraboles, ayant même foyer, ont leurs axes soit confondus (l'orthoptique est alors la corde commune), soit rectangulaires (l'orthoptique est alors la tangente commune). Ces deux propositions se trouvaient déjà explicitement énoncées dans notre étude *sur un système spécial de coordonnées tangentielles et sur la transformation par tangentes orthogonales* (*N. A.*, 1901, p. 446), et, plus anciennement, quoique sous forme moins explicite, dans notre brochure *Coordonnées parallèles et axiales* (1885) p. 89 et 90, la première d'entre elles dans une autre Note des *N. A.* (1880, p. 267). Il convient toutefois de remarquer que l'élégante démonstration par laquelle M. Picardat les a obtenues a l'avantage de faire ressortir la façon dont elles dérivent du cas général concernant deux coniques quelconques.

M. V. Thébault. — *Sur le problème de Pappus généralisé.* — Ce problème, dans sa forme la plus générale, pourrait s'énoncer :

Étant donnés un angle quelconque $xOy = \omega$ et un point P *du plan, mener par ce point une droite qui intercepte sur les côtés de l'angle un segment* AB *de longueur donnée l.*

Posons $OP = d$. OP détermine avec Ox et Oy deux angles α et β. Sur AB comme corde, décrivons les segments de cercle AKB et AK'B capables des angles ω et $(180^\circ - \omega)$. Soit R le rayon de ce cercle.

Les segments AM et MB de AK'B, respectivement capables des angles α et β, déterminent un point M dont le symétrique par rapport au diamètre perpendiculaire à AB est M'.

Les triangles semblables AOP et OM'B donnent

$$\frac{\mathrm{OP}}{\mathrm{OB}} = \frac{\mathrm{OA}}{\mathrm{OM}};$$

d'où

$$\mathrm{OP}.\mathrm{OM}' = \mathrm{OA}.\mathrm{OB} = 2\mathrm{R}.\mathrm{OO}',$$

soit

$$\frac{\mathrm{OM}'}{\mathrm{OO}'} = \frac{2\mathrm{R}}{d} = \text{const.};$$

et O est déterminé par l'intersection d'un cercle et d'une conique de foyer M', de directrice AB, dont la nature est déterminée par le rapport $\frac{2\mathrm{R}}{d}$ donné en fonction de l, ω et d.

Le cas particulier où $\alpha = \beta$ donne par suite une détermination géométrique de l'intersection de deux coniques dont l'une est un cercle passant par l'un des foyers de l'autre et ayant son centre sur l'axe.

(Le lecteur est prié de faire la figure.)