Nouvelles annales de mathématiques

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 17 (1917), p. 137-140

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1917_4_17__137_1>

CORRESPONDANCE.

M. **G. Fontené.** — *Sur l'utilité des grandeurs directives.* — Dans la démonstration qu'il a donnée des formules d'Euler $d^2 = R^2 \mp 2Rr$, M. Gambier a eu soin, pour ce qui concerne la formule $d^2 = R^2 + 2Rr$, de donner deux démonstrations : l'une en considérant le centre du cercle exinscrit comme situé sur la bissectrice d'un angle du triangle, l'autre en considérant ce point comme situé sur la bissectrice d'un angle extérieur; cela est essentiel, en effet, pour établir la réciproque, le sommet A d'où l'on part pouvant être ou n'être pas, selon la position qu'on lui a donnée, sommet de l'angle du triangle dans lequel le cercle I sera exinscrit. (*N. A.*, 1914, p. 366.)

M. Montel a donné (*N. A.*, 1915, p. 57) une démonstration de la relation qui lie d, R et r dans le cas du quadrilatère. Pour le cas où le cercle I est exinscrit au quadrilatère ABCD, il existe les mêmes raisons d'établir de plusieurs manières la relation en question.

Il faut souhaiter que l'usage des grandeurs directives fasse un jour disparaître ces démonstrations multiples. On me permettra de rappeler que, dans un opuscule ayant pour titre *Géométrie dirigée* (¹), j'ai résumé ce qu'il est essentiel de connaître dans cet ordre d'idées.

M. **R. Goormaghtigh**. — *Sur une question de Cinématique.* — Le théorème énoncé par M. Faucheux (*Nouvelles Annales*, 1917, p. 60) peut être généralisé ainsi :

Si un mobile décrit une trajectoire plane de telle façon que, pour chaque position, la droite qui divise les deux premiers rayons de courbure de la trajectoire dans des rapports constants donnés contienne l'extrémité de l'accélération, la vitesse v est liée au rayon de courbure ρ de la trajectoire par une relation de la forme $v = \alpha\rho\sqrt{\rho^\lambda + \beta}$, où α, β, λ désignent des constantes.

Dans le cas considéré par M. Faucheux, β est nul et la relation entre v et ρ a la forme $v = \alpha\rho^\mu$.

M. **J. Lemaire**. — *Sur une Note de M. Barisien.* — Dans cette Note (1916, p. 466), l'auteur donne *deux hyperboles* pour le lieu des points équidistants de deux cercle O et O′. Cela n'est vrai que pour deux cercles extérieurs : ce lieu est le même que le lieu des

(¹) Librairie Nony, 1897.

centres des cercles tangents aux deux cercles, et sa nature dépend de la position relative des deux cercles :

1° *Si les cercles sont extérieurs*, le lieu se compose bien de *deux hyperboles* ayant pour foyers les centres O et O′ des cercles donnés : pour l'une, l'axe focal est égal à la différence des rayons; pour l'autre, à la somme des rayons. La première de ces hyperboles est le lieu des centres des cercles ayant avec les cercles donnés des contacts de même espèce; la deuxième est le lieu des centres des cercles ayant avec les cercles donnés des contacts d'espèce différente.

2° *Si les cercles sont sécants*, le lieu se compose d'*une hyperbole et d'une ellipse* ayant O et O′ pour foyers, et passant aux points communs aux deux cercles : l'hyperbole, dont l'axe focal est égal à la différence des rayons, est le lieu des centres des cercles ayant avec les cercles donnés des contacts de même espèce; l'ellipse, dont l'axe focal est égal à la somme des rayons, est le lieu des centres des cercles touchant l'un des cercles donnés extérieurement, et l'autre intérieurement.

3° *Si l'un des cercles est intérieur à l'autre*, le lieu se compose de *deux ellipses* de foyers O et O′ : l'une, dont l'axe focal est égal à la différence des rayons, est le lieu des centres des cercles tangents intérieurement à chacun des cercles donnés; l'autre, dont l'axe focal est égal à la somme des rayons, est le lieu des centres des cercles tangents intérieurement à l'un des cercles donnés, extérieurement à l'autre.

4° *Si les deux cercles sont tangents*, le lieu se réduit à la droite des centres et à une hyperbole ou une ellipse suivant que les cercles se touchent extérieurement ou intérieurement.

Si l'un des cercles se réduit à un point, le lieu est, comme on sait, une hyperbole ou une ellipse suivant que ce point est extérieur ou intérieur au cercle restant : les deux hyperboles ou les deux ellipses du premier ou du troisième cas se confondent dans ce cas particulier.

Si l'un des cercles devient une droite, le lieu se compose de deux paraboles ayant pour foyer le centre du cercle restant.

Dans tous les cas, chaque conique du lieu passe aux points communs, réels ou imaginaires, aux deux cercles donnés, même si les rayons de ces cercles deviennent nuls ou infinis.