Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 16 (1916), p. 465-469

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1916_4_16__465_1>

CORRESPONDANCE.

M. **F. Balitrand**. — *Au sujet des questions* **511**, **512**, **513**. — Ces questions, dont on s'est occupé récemment, se trouvent résolues depuis longtemps dans une de ces savantes et curieuses Notes que Terquem insérait fréquemment à la suite des articles publiés dans les *Nouvelles Annales*.

A propos de la démonstration d'un théorème de Statique par Catalan (*N. A.*, 1848, p. 294) Terquem signale que ce théorème est déjà connu et il indique que Möbius a traité des questions analogues dans un Mémoire sur la composition des rotations infiniment petites (*Crelle*, 1838, p. 189) et a donné notamment les propositions **511**, **512**, **513**.

M. **G. Fontené**. — *Sur la question* **2214**. — A la fin de la solution qu'il a donnée de cette question (1915, p. 577), M. Ono observe avec raison que l'identité I reste légitime pour le cas où m est entier, avec $p \gtreqless m$. Elle se réduit d'ailleurs dans cette hypothèse à l'identité

$$(1+x)^p - C_{p-m}^1 x(1+x)^{p-1} + \ldots \\ + (-1)^{p-m} C_{p-m}^{p-m} x^{p-m}(1+x)^m = (1+x)^m,$$

ou

$$(1+x)^{p-m} - C^1_{p-m}x(1+x)^{p-m-1} + \ldots + (-1)^{p-m} C^{p-m}_{p-m} x^{p-m} = 1,$$

ou

$$(\overline{1+x} - x)^{p-m} = 1.$$

Mais l'énoncé demandait quel résultat on obtient en supposant que m, d'abord quelconque, tend vers le nombre entier μ, avec $p \gtreqless \mu$. Le résultat est mentionné dans un Mémoire inséré dans ce journal (1914, p. 300), l'identité qui forme l'objet de la question ayant été fournie par la comparaison des résultats de deux méthodes différentes appliquées à un même problème.

M. **R. Goormaghtigh.** — *Sur le problème de Pappus généralisé.* — Ce problème dont MM. Joffroy et Barisien ont donné des solutions analytiques (*N. A.*, 1916, p. 168, 273) avait déjà été résolu par des considérations géométriques très simples par M. R. Marchay dans le numéro du 15 octobre 1914 du *Journal de Vuibert.*

Supposons le problème résolu et conservons les notations de M. Joffroy (p. 168). Sur une droite $ss' = l$ construisons des triangles $sO's'$, $sO''s'$ respectivement égaux à SOS' et $S_1OS'_1$; le quadrilatère $O'sO''s'$ est indescriptible. D'autre part, si la bissectrice de l'angle O' coupe ss' en T et le cercle $O'sO''s'$ en Q, les triangles $QO's$ et QsT sont semblables et l'on a

$$QO'.QT = \overline{Qs}^2.$$

Le problème revient donc à construire deux segments QO' et QT dont on connaît le produit $\overline{Qs}^2$ et la différence OP.

M. **E.-N. Barisien.** — *Sur le lieu des points équidistants de deux circonférences de cercle.* — En remarquant que les distances d'un point à un cercle de rayon R sont δ et $\delta + 2R$, on voit que :

Le lieu des points équidistants de deux cercles se compose de deux hyperboles ayant toutes deux pour foyers les centres des cercles et pour grandeur de l'axe focal, pour l'une la différence des rayons des cercles, pour l'autre la somme de ces rayons.

Ce lieu est classique et presque évident par la Géométrie. Cependant, il y a lieu de remarquer qu'en général on ne cite comme résultat qu'une seule hyperbole, celle dont l'axe focal a pour longueur la différence des rayons.

Remarque. — Les cercles peuvent devenir soit des points, soit des droites. On a ainsi :

1° *Pour deux points*, le lieu est une ligne droite;

2° *Pour deux droites*, le lieu se compose de deux lignes droites, qui sont les bissectrices des droites données;

3° *Pour un point et une droite*, le lieu est une parabole;

4° *Pour un point et un cercle*, le lieu est une hyperbole;

5° *Pour une droite et un cercle*, le lieu se compose de deux paraboles.

M. **E.-N. Barisien.** — *Sur une description géométrique de la parabole.* — Si l'on considère dans une parabole le cercle décrit sur la corde focale principale comme diamètre, un *point quelconque de la parabole est à égale distance de ce cercle et de la corde focale principale. Ce point est aussi à égale distance de ce même cercle et de la droite symé-*

trique de la corde focale principale par rapport à la distance.

On pourra donc définir la parabole comme *lieu géométrique des points équidistants d'un cercle et d'une droite passant par son centre* (ou d'une droite située à la distance du centre du cercle égale à son diamètre). D'ailleurs, le *lieu des points qui sont équidistants d'une droite et d'un cercle se compose, en général, de* DEUX PARABOLES, parce qu'il y a deux distances d'nn point à un cercle.

M. **E.-N. Barisien**. — *Au sujet du p. g. c. d. et du p. p. m. c. de plusieurs nombres.* — Dans tous les traités d'Arithmétique on formule les règles suivantes pour la formation du p. g. c. d. et du p. p. m. c. de plusieurs nombres :

1° *Pour former le plus grand commun diviseur de plusieurs nombres, on les décompose en leurs facteurs premiers; on choisit chacun des facteurs premiers communs à tous les nombres, et on l'affecte de son plus petit exposant; le produit des nombres ainsi obtenu est le p. g. c. d. cherché;*

2° *Pour former le plus petit multiple commun à plusieurs nombres, on les décompose en leurs facteurs premiers; on prend une fois chacun des facteurs communs ou non communs et on l'affecte de son plus grand exposant. Le produit des nombres ainsi obtenu est le p. p. m. c. cherché.*

Ainsi, pour les trois nombres

$$2^3 \times 3^4 \times 5 \times 7, \qquad 2^2 \times 3^5 \times 5^2 \times 11, \qquad 2^4 \times 3^2 \times 5^3 \times 13,$$

$$\text{p. g. c. d.} = 2^2 \times 3^2 \times 5,$$

$$\text{p. p. m. c.} = 2^4 \times 3^5 \times 5^3 \times 7 \times 11 \times 13.$$

Si l'on admet que $a^0 = 1$, on pourra donner des règles bien plus simples ainsi formulées :

1° *Pour former le p. g. c. d. de plusieurs nombres, on les décompose en facteurs premiers, et l'on fait le produit de chacun de ces facteurs affectés du plus petit exposant (zéro compris);*

2° *Pour former le p. p. m. c. de plusieurs nombres, on les décompose en facteurs premiers, et l'on fait le produit de chacun de ces facteurs affectés du plus grand exposant.*

Ainsi,

$$\text{p. g. c. d.} = 2^2 \times 3^2 \times 5^1 \times 7^0 \times 11^0 \times 13^0 = 2^2 \times 3^2 \times 5,$$
$$\text{p. p. m. c.} = 2^4 \times 3^5 \times 5^3 \times 7^1 \times 11^1 \times 13^1.$$