Nouvelles annales de mathématiques

R. Bouvaist

Sur la détermination de la tangente en un point de certaines courbes planes

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 16 (1916), p. 269-271

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1916_4_16__269_0>

[O¹2b, e]

SUR LA DÉTERMINATION DE LA TANGENTE EN UN POINT DE CERTAINES COURBES PLANES ;

Par M. R. BOUVAIST.

Il s'est glissé dans la première partie d'une étude sur ce sujet (*Nouvelles Annales*, 1914, p. 337-354), étude dont les circonstances m'avaient empêché de revoir les épreuves, quelques erreurs que je me propose de corriger.

Théorème. — *Soient $f+\lambda\varphi$ un faisceau linéaire de courbes planes algébriques, les courbes de base f et φ étant de degrés m et n, et Γ la courbe du faisceau passant par un point O du plan; la tangente à Γ en O passe par l'intersection des droites homothétiques par rapport à O, dans les rapports $\frac{1}{m}$ et $\frac{1}{n}$, des droites polaires de O par rapport à f et φ.*

Soient en effet

$$\begin{aligned} f = f_m + f_{m-1} + \ldots + A x^2 + 2Bxy \\ + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi = \varphi_n + \varphi_{n-1} + \ldots + A'x^2 + 2B'xy \\ + C'y^2 + 2D'x + 2E'y + F' = 0. \end{aligned}$$

La tangente à Γ en O est

$$F'(Dx + Ey) - F(D'x + E'y) = 0;$$

les droites polaires de O par rapport à f et φ étant

$$2Dx + 2Ey + mF = 0,$$
$$2D'x + 2E'y + nF' = 0,$$

la proposition est démontrée.

On en déduit immédiatement les propositions suivantes :

1° *La tangente en un point quelconque d'une courbe du troisième ordre passe par l'intersection de la droite joignant les points d'intersection à distance finie de la courbe et des asymptotes avec l'homothétique dans le rapport $\frac{1}{3}$ de la droite polaire du point considéré par rapport aux asymptotes.*

2° *La tangente en un point d'une courbe du quatrième ordre passe par l'intersection de la polaire du point considéré par rapport à la conique passant par les point d'intersection à distance finie de la courbe avec ses asymptotes, avec l'homothétique dans le rapport $\frac{1}{2}$ par rapport au point considéré, de la polaire de ce point par rapport aux asymptotes.*

Exemples :

α. *Soit* Γ *une cubique admettant une asymptote de rebroussement* Δ *et une asymptote simple rencontrant la courbe en* A ; *soient* M *un point de la courbe,* O *le point d'intersection de* D *et* Δ ; *la parallèle à* D *menée par* M *coupe* Δ *en* M_1 ; *prenons* $\overline{MM'_1} = \frac{3\,MM_1}{2}$, *la parallèle à* OM'_1 *menée par le milieu* μ *de* MM_1 *rencontre la parallèle à* Δ *menée par* A *en* T, TM *est la tangente à* Γ *en* M.

β. *Soit* Γ *une cubique circulaire de foyer singulier* F, *admettant la droite* D *pour asymptote, soit* M *un point de la courbe, soit enfin* Δ *la perpendiculaire menée à* MF *en* F, *la parallèle à* Δ *menée par* M *coupe* D *en* M_1, *la parallèle à* D *menée par* M *coupe* Δ *en* M_2, μ *étant le milieu de* MM_2, *la droite* μM_1 *rencontre la tangente à* Γ *en* F *en* T, MT *est la tangente à* Γ *en* M.

γ. *Soit* Γ *une quartique bicirculaire à asymptotes d'inflexion; soient* M *un point de cette courbe,* F *et* F′ *ses foyers singuliers; la tangente en* M *à* Γ *est parallèle à la polaire de* M *par rapport aux perpendiculaires en* F *et* F′ *à* MF *et* MF′.