NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 15 (1915), p. 327-329

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1915_4_15__327_0>

CORRESPONDANCE.

Un abonné. — *Au sujet de la puissance d'un point par rapport à une conique.* — La notion de puissance d'un point par rapport à une conique est plus connue et plus fréquemment utilisée que ne semble l'indiquer l'article récent de M. E. Malo sur ce sujet (pp. 157-166).

C'est ainsi que des géomètres tels que Cornu, Painvin, Mathieu, Recoq ont : soit démontré le théorème de Transon ; soit donné son extension à l'espace ; soit fourni de nouvelles interprétations géométriques du résultat obtenu en substituant, dans le premier membre de l'équation d'une conique, les coordonnées d'un point de son plan (*Nouv. Ann.*, 1865, p. 354).

Painvin, dans sa *Géométrie analytique* (t. I, p. 500), démontre le théorème de Transon et indique la nouvelle interprétation géométrique suivante de la puissance d'un point. *La puissance d'un point est proportionnelle au rapport suivant lequel la droite qui joint le centre à ce point est divisée par la polaire du point.* Cette interprétation, qui fait intervenir le centre de la conique, n'est pas applicable à la parabole. Dans le Tome II de son Ouvrage (1^e partie, p. 244; 2^e partie, p. 61), il étend à l'espace les théorèmes précédents.

Dans sa *Géométrie analytique* (p. 513), M. H. Picquet définit la puissance ponctuelle d'un point par rapport à une conique donnée comme *le carré du* *rayon du cercle ayant pour centre ce point et harmoniquement inscrit à la conique*. Ce cercle est unique, et M. H. Picquet démontre (p. 517) que *le lieu des points d'égale puissance ponctuelle par rapport à deux coniques est l'hyperbole équilatère qui passe par leurs points communs. Voir* aussi l'Ouvrage du même auteur : *Étude géométrique des systèmes ponctuels et tangentiels des sections coniques*.

Enfin, Laguerre a utilisé, à plusieurs reprises, la notion de puissance d'un point par rapport à une conique, notamment dans sa méthode pour intégrer l'équation d'Euler (*Nouv. Ann.*, 1872, p. 156). Il a aussi étendu cette notion aux courbes algébriques [(*Sur les courbes planes algébriques* (*Comptes rendus*, 1865)]. *Voir* encore Valiron, *Nouv. Ann.*, 1913, p. 149.

M. Ph. du Plessis. — La propriété qu'offre la suite des nombres impairs à savoir que, si on la partage, à partir de 1, en groupes contenant 1, 2, 3, ..., p termes, la somme des p termes du $p^{\text{ième}}$ groupe est égale à p^3, a inspiré récemment diverses généralisations (notamment *N. A.*, 1915, p. 166).

M. J. Joffroy a émis, dans une précédente Correspondance (p. 114), l'avis que cette propriété devait être assez anciennement connue.

En effet, dans sa *Théorie des nombres* (p. 226), Édouard Lucas l'attribue à Nicomaque de Gérase, qui vivait à la fin du premier siècle de notre ère.

Cette propriété a, depuis lors, été retrouvée par bien des auteurs. Dans une Note signée Midy, et parue en 1846 dans les *Nouvelles Annales* mêmes (p. 640), elle est attribuée à M. d'Adhémar (parent sans doute du savant professeur de la Faculté catholique de Lille) et généralisée grâce à cette remarque que *toute puissance entière d'un nombre entier est égale à la différence des carrés de deux entiers.*

L'auteur donne, en effet, plusieurs formules qui, lorsqu'on y regarde de près, peuvent se réduire à une seule que voici :

Si q et r sont le quotient et le reste de la division de $m-1$ par 2, de telle sorte que $m-1=2q+r$, on a, quels que soient les entiers n et m,

$$n^m = \left[\frac{n^q(n^{1+r}+1)}{2}\right]^2 - \left[\frac{n^q(n^{1+r}-1)}{2}\right]^2.$$

Or, si l'on pose les deux nombres entiers, élevés au carré dans le second membre, égaux à k et h, de sorte que

$$n^m = k^2 - h^2,$$

on voit, puisque la somme des p premiers termes de la suite des nombres impairs est égale à p^2, que le second membre n'est autre que *la somme des nombres impairs consécutifs depuis le* $(h+1)^{\text{ième}}$ *jusqu'au* $k^{\text{ième}}$ *inclusivement.*