

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 15 (1915), p. 280-282

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1915_4_15__280_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1915, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CORRESPONDANCE.

M. Auric. — *Au sujet du système d'équations*
 $x^2 + y = z^2, x + y^2 = t^2$. — Il semble que la solution

donnée par Euler pour x, y, z, t rationnels et qui est rappelée dans un article récent (1915, p. 106) n'est pas la solution la plus générale.

En effet, chercher les solutions rationnelles du système non homogène proposé revient à chercher les solutions entières du système homogène équivalent

$$x^2 + uy = z^2, \quad ux + y^2 = t^2.$$

Or, la résolution de ce système est immédiate, car en retranchant on a

$$(x - y)(x + y - u) = z^2 - t^2 = pq.$$

On peut se donner *a priori* z, t, u ; on en déduira toutes les solutions acceptables pour x et y en choisissant convenablement la parité de p et de q d'après celle de u ; il est clair en effet que p et q doivent être de même parité si u est pair, et de parité différente si u est impair.

Soit le premier exemple

$$z = 17, \quad t = 16, \quad u = 12;$$

on a

$$\begin{aligned} (x - y)(x + y - 12) &= 33 = 1, 33 \\ &= 3, 11 = (-1)(-33) = (-3)(-11); \end{aligned}$$

d'où les huit solutions :

$$\begin{aligned} x &= 23, 13, \quad 23, 13, -11, -1, \quad -11, -1, \\ y &= 22, 10, -10, \quad 2, -10, \quad 2, \quad 22, \quad 10. \end{aligned}$$

En résumé, la solution d'Euler dépend de deux indéterminées $z - x$ et $t - y$, tandis que la solution ci-dessus dépend de trois arbitraires z, t, u .

M. Ph. du Plessis. — Les expressions des rayons de courbure de la néphroïde et de la cardioïde, obtenues

récemment par M. Balitrand (*N. A.*, 1915, p. 102 et 217) au moyen de procédés spéciaux, sont l'une et l'autre une conséquence tout à fait immédiate de la construction générale du rayon de courbure de toute épicycloïde, dite de Savary.

En effet, si l'on considère l'épicycloïde engendrée par le point M du cercle C_1 , de centre O_1 et de rayon r_1 , roulant sur le cercle C, de centre O et de rayon r , et si, dans une position quelconque, les deux cercles se touchant en I, le point M' est diamétralement opposé à M dans le cercle C_1 , la normale à l'épicycloïde en M est MI (Chasles) et le centre de courbure m est à la rencontre de cette normale et de la droite OM' (Savary).

Or, le triangle MIO₁ coupé par la transversale OmM donne

$$\frac{OI \cdot mM \cdot M'O_1}{OO_1 \cdot mI \cdot M'M} = 1,$$

ou

$$\frac{r}{r+r_1} \cdot \frac{mM}{mI} \cdot \frac{1}{2} = 1;$$

d'où

$$\frac{mM}{mI} = \frac{2(r+r_1)}{r},$$

ou encore

$$\frac{mM}{IM} = \frac{2(r+r_1)}{r+2r_1}.$$

Pour la néphroïde, on a $r_1 = \frac{r}{2}$ et, par suite,

$$\frac{mM}{IM} = \frac{3}{2};$$

pour la cardioïde, $r_1 = r$ et

$$\frac{mM}{IM} = \frac{4}{3}.$$

Ce sont les résultats retrouvés par M. Balitrand.