Questions

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 15 (1915), p. 142-144

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1915_4_15__142_1>

QUESTIONS.

2241. Démontrer les formules algébriques suivantes entre les distances respectives d_a, d_b, d_c du point φ de Feuerbach d'un triangle ABC aux pieds A', B', C' des hauteurs AA', BB', CC' :

1°

$$\frac{1}{d_a d_b} + \frac{1}{d_b d_c} + \frac{1}{d_a d_c} = \frac{1}{r}\left(\frac{2}{R} - \frac{1}{r}\right),$$

r et R désignant les rayons des cercles inscrit et circonscrit au triangle;

2°

$$\frac{d_a}{\sin B \sin C(\cos B - \cos C)} = \frac{d_b}{\sin A \sin C(\cos C - \cos A)} = \frac{d_c}{\sin A \sin B(\cos A - \cos B)}.$$

V. Thébault.

2242. On donne un tétraèdre ABCD et un point M. La parallèle menée par M à une arête rencontre les faces qui ne contiennent pas cette arête aux points P et Q. Démontrer que la somme des produits MP $\times$ MQ pour les six arêtes égale la puissance de M par rapport à la sphère circonscrite au tétraèdre ABCD.

Généralisation d'une propriété connue relative au triangle.

V. Thébault.

2243. Étant données deux droites D et Δ rectangulaires, ne se rencontrant pas, et, dans un plan perpendiculaire à D, un cercle C ayant son centre sur cette droite, on considère la surface réglée du quatrième ordre ayant pour directrices D, Δ et C (bien connue en Stéréotomie comme constituant l'intrados de la voûte dite *arrière-voussure de Montpellier*). Démontrer *géométriquement* que la section de cette surface par tout plan perpendiculaire à D est une *conchoïde de Nicomède*.

M. d'Ocagne.

2244. Étant donné un parallélépipède à base carrée et le cylindre circulaire droit qui lui est circonscrit, on considère le solide que l'on obtient en unissant la base inférieure de l'un à la base supérieure de l'autre au moyen de la surface engendrée par une droite qui s'appuie sur le contour de chacune de ces bases et dont le prolongement rencontre l'axe commun des deux solides donnés. Évaluer le volume du solide ainsi engendré en fonction du côté c de la base du parallélépipède et de sa hauteur h. On calculera le coefficient numérique qui entre dans cette expression à 0,0001 près et l'on se rendra compte de l'erreur relative que l'on commettrait en substituant au volume ainsi obtenu la moyenne des volumes du parallélépipède et du cylindre.

M. d'Ocagne.

2245. On considère : une ellipse E; l'ellipse E_1 concentrique à E, de mêmes directions d'axes et dont les longueurs d'axes sont le tiers de celles de E; un point fixe G. Les côtés de tous les triangles inscrits dans E et ayant G pour centre de gravité enveloppent une conique Γ qui sera une ellipse, une hyperbole ou une parabole suivant que le point G sera à l'intérieur de E_1, à l'extérieur de E_1, ou situé sur E_1. Dans quel cas Γ sera-t-elle une hyperbole équilatère. E.-N. Barisien.

2246. On fait rouler, intérieurement, un cercle de rayon $\frac{3a}{2}$ sur un cercle de rayon a et l'on demande : l'enveloppe d'un diamètre du cercle mobile, invariablement lié à ce cercle; le lieu des extrémités de ce diamètre. F. Balitrand.

2247. On donne un cercle de centre O et de rayon a; et la cardioïde, conchoïde de ce cercle, par rapport à un point de sa circonférence. On demande l'enveloppe d'un segment de longueur constante, égale à a, dont les extrémités décrivent respectivement la cardioïde précédente, et un cercle concentrique au cercle donné et de rayon double.

F. Balitrand.

2248. On donne la chaînette qui a pour équation

$$y = \frac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}}\right),$$

et l'on demande le lieu des foyers des paraboles tangentes à la chaînette et admettant comme directrice commune l'axe des x.

F. Balitrand.