G. FONTENÉ

Généralisation d'une formule connue

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 15 (1915), p. 112

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1915_4_15__112_1>

[A5]

GÉNÉRALISATION D'UNE FORMULE CONNUE;

PAR M. G FONTENE.

Si l'on pose

$$(1) \qquad (m, p) = \frac{A_m \times A_{m-1} \times \ldots \times A_{m-p+1}}{A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_p},$$

A_n étant une expression qui dépend de n, on a

$$(2) \quad (m, p) - (m-1, p) = (m-1, p-1) \times \frac{A_m - A_{m-p}}{A_p}.$$

Pour $A_n = n$, et en supposant m entier, cela donne

$$C_m^p = C_{m-1}^p + C_{m-1}^{p-1}.$$

Pour $A_n = x^n - 1$, on a

$$(m, p) = (m-1, p) + (m-1 . p-1) \times x^{m-p};$$

il en résulte que l'expression

$$\frac{(x^m - 1)(x^{m-1} - 1) \ldots (x^{m-p+1} - 1)}{(x-1)(x^2-1) \ldots (x^p - 1)},$$

où l'on suppose m entier et $p \leqq m$, se réduit à un polynome entier en x. Ce résultat a été donné par Gauss (*Summatio quarumdam serierum singularium*).