Nouvelles annales de mathématiques

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 14 (1914), p. 95-96

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1914_4_14__95_1>

QUESTIONS.

2214. Démontrer l'identité suivante, où p est entier et m quelconque

$$\left[\frac{x^p}{m} + \frac{p x^{p-1}(1+x)}{m(m-1)} + \ldots + \frac{p(p-1)\ldots 1.(1+x)^p}{m(m-1)\ldots(m-p)}\right]$$
$$\times \frac{m(m-1)\ldots(m-p)}{p!} = 1 + A_1 x + \ldots + A_p x^p.$$

avec

$$A_1 = \frac{m}{1}, \qquad A_2 = \frac{m(m-1)}{1.2}, \qquad \ldots.$$

Pour m entier et $p \gtreqless m$, il faut faire entrer le facteur $m - m$ dans la parenthèse, simplifier comme si ce facteur n'était pas nul, et faire ensuite $m - m = 0$.

Quel résultat obtient-on en supposant que m, d'abord quelconque, tend vers le nombre entier μ, avec $p \gtreqless \mu$?

G. FONTENÉ.

2215. Les tangentes communes intérieures à trois cercles d'un même plan, pris deux à deux, sont tangentes à une conique, homofocale à une conique inscrite au triangle qui a pour sommets les centres des trois cercles. THIÉ.

2216. On sait que l'on appelle *anneau* le volume engendré par le segment compris entre un arc de courbe AB et sa corde, tournant autour d'un axe X situé dans son plan et ne le rencontrant pas; la distance des projections orthogonales des points A et B sur l'axe X est la *hauteur* de cet anneau. Démontrer que, si l'arc AB appartient à une conique admettant X pour axe de symétrie, le centre de gravité de l'anneau est le milieu de sa hauteur. M. D'OCAGNE.

2217. Soit PP' un diamètre variable d'une ellipse de foyers F, F'. PF et PF' rencontrent l'ellipse en M et M'; MF' et M'F se rencontrent en Q; PQ rencontre FF' en K et MM' en L. Montrer que :

1° La tangente en P' et MM' se rencontrent en R sur FF';

2° La droite MM' enveloppe une ellipse, et L est le point où MM' touche son enveloppe;

3° Le lieu de Q est une ellipse de foyer F et F';

4° Chacune des droites PQ et P'Q est normale à une ellipse fixe. E.-N. BARISIEN.

2218. Quand deux normales MP, MQ à une ellipse abaissées d'un point M sont rectangulaires : 1° la droite RS, qui joint les pieds R et S des deux autres normales issues de M, est telle que les axes interceptent sur cette droite une longueur constante égale au rayon du cercle orthoptique à l'ellipse; 2° la droite PQ enveloppe une ellipse et la touche en son point de rencontre avec RS. E.-N. BARISIEN.