Certificats de mécanique rationnelle

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 14 (1914), p. 92-95

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1914_4_14__92_1>

CERTIFICATS DE MÉCANIQUE RATIONNELLE.

Caen.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. *Un triangle pesant homogène* ABC, *rectangle en* A *et isoscèle, est assujetti à se mouvoir de façon que la droite* AB *glisse sans frottement sur une droite horizontale fixe* OX. *Un point matériel pesant* M *est mobile sur l'hypoténuse* BC.

1° *Équations générales du mouvement du système.*

2° *Cas particulier où les vitesses initiales sont toutes nulles, le triangle* ABC *étant placé au début du mouvement dans un plan vertical et au-dessus de l'horizontale* OX, *et le point matériel* M *étant alors en* C. *Temps mis par* M *pour atteindre* B.

3° *Reprendre l'étude du cas particulier spécifié dans* 2° *en supposant qu'il y ait frottement du triangle sur la droite* OX.

II. *Petits mouvements d'une barre* AB *autour de sa position d'équilibre.*

La barre est mobile dans un plan vertical V *autour de son extrémité* A, *supposée fixe; son extrémité* B *est attirée proportionnellement à la distance par une horizontale* xy *située dans le plan* V *et au-dessus de* A; *un point déterminé* C *de la barre est attiré proportionnellement à la distance par un point fixe* D *situé sur la droite d'intersection du plan* V *avec le plan horizontal passant par* A. *La barre est pesante et homogène.*

On donne :

1° *Le poids de la barre, égal à* 60^{kg};

2° *La valeur de la force attractive exercée par* D *sur* C : *cette attraction est de* 40^{kg} *quand la barre* AB *est verticale;*

3° *L'angle de la barre avec l'horizontale* xy *dans sa position d'équilibre : cet angle est de* 30°;

4° *Les longueurs*

$$AD = 0^m,60; \qquad AC = 1^m,20; \qquad CB = 2^m,80,$$

et la distance, égale à $1^m,80$, *du point* A *à l'horizontale* xy.

Cas où les divers points de la barre subissent en outre une résistance proportionnelle aux masses et aux vitesses.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Dans une poutre ayant la forme d'un triangle isoscèle* ABC, *on désigne par* B *le sommet d'où partent les deux côtés égaux, et par* D *le milieu de la base* AC; *les côtés égaux* BA, BC *sont constitués chacun par une tige, la base* AC *par deux tiges en prolongement articulées en* D, *et les points* B *et* D *se trouvent reliés par une cinquième tige.*

Cela étant, on suppose qu'une grue est formée de la poutre ABCD, *mobile dans un plan vertical autour du point fixe* D, *et rattachée par une chaîne* AE *au point fixe* E, *situé au-dessous du point* D *sur la verticale passant par* D. *La poutre est munie d'un système de trois poulies, la première au point fixe* D, *la deuxième au sommet* C, *la troisième formant avec la poulie* C *un palan et égale à la poulie* C. *La charge, égale à* 2000^{kg}, *s'exerce en* C *par l'intermédiaire du palan, et la puissance s'exerce verticalement sur la poulie* D; *on néglige le frottement et le poids de la grue. Les dimensions de l'appareil sont :*

$$DA = DC = DE = 3^m,60,$$
$$AE = 4^m, \qquad BD = 1^m,80.$$

1° *Déterminer la charge totale de l'articulation* C, *du point fixe* D, *et la tension de la chaîne* AE.

2° *Déterminer les tensions et compressions des différentes barres constituant la poutre* (BA, BC, DB, DC, DB).

Épure à l'échelle de $\frac{1}{40}$ *pour les longueurs, et de* 1^{mm} *par* 25^{kg} *pour les forces.*

Une feuille d'explications devra être jointe à l'épure.

(Juin 1913.)

Clermont.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — *Un disque circulaire homogène pesant est attaché, par deux points* C *et* C' *diamétralement opposés, à deux fils élastiques identiques* CAB *et* C'A'B'. *Le premier fil passe en* A *entre deux petites poulies sans frottement que l'on considère comme sensiblement réduites au point* A. *Son autre extrémité est fixée au point* B *tel que la longueur naturelle du fil soit* AB. *Il en va de même pour le second fil,* A *et* B *étant seulement remplacés par les points* A', B' *symétriques des précédents par rapport à* O, *les cinq points* A, B, A', B', O *étant d'ailleurs sur une même horizontale* Ox. *La tension de chaque fil pour un allongement* r *à partir de la longueur naturelle est* $< kr$, k *désignant un coefficient constant. Cela posé :*

1° *On abandonne le disque sans vitesse initiale à partir d'une position quelconque située dans le plan vertical qui passe par* Ox. *Trouver et étudier son mouvement.*

2° *Quelle doit être la position initiale du disque pour que son orientation ne change pas dans le cours du mouvement? Pour une position initiale convenable, le disque effectue de petites oscillations autour de son centre. Quel doit être le rapport* $\frac{CC'}{AA'}$ *pour qu'elles aient même période que le mouvement du centre? Où doit alors se trouver primitivement ce centre pour que le disque ne rencontre à aucun moment les poulies* A *et* A'? *Peut-on toujours trouver une telle position ?*

3° *Trouver les deux positions d'équilibre du disque. Prouver que l'une est stable et l'autre instable. La position initiale étant supposée très voisine de la position d'équilibre stable, étudier les petits mouvements du disque. Montrer que chaque point est animé sensiblement d'un* *mouvement vibratoire simple et rectiligne. Enfin, prouver que ces petits mouvements peuvent être réalisés par le roulement infiniment petit périodique d'un cercle concentrique au disque sur une droite.*

N. B. — *On supposera les points* C *et* C', *où viennent s'attacher les fils, de part et d'autre du plan du disque, mais très voisins de celui-ci, de manière que les fils ne se gênent pas dans les mouvements du disque.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Un plan incliné fait* 10° *avec le plan horizontal. Un point pesant est lancé sur ce plan avec une vitesse de* 1^{m} *par seconde dans une direction faisant l'angle* φ *avec la ligne de plus grande pente descendante. Il frotte suivant un coefficient de frottement égal à* $\frac{1}{2}$.

1° *Calculer en fonction de* φ *la durée* T *du mouvement et la position du point d'arrêt* P.

2° *Étudier les variations de* T *et construire le lieu de* P *quand* φ *croît de* 0 *à* π. *On calculera, en particulier, les positions la plus haute et la plus basse de* P, *à* 1^{cm} *près, et l'angle* φ *pour lequel le point* P *est au même niveau que la position initiale, à* 1 *minute près. On calculera également, à* $\frac{1}{100}$ *de seconde près, le maximum et le minimum de* T.

N. B. — *L'accélération de la pesanteur est* $9^{m},80$.

(Juin 1912.)