Nouvelles annales de mathématiques

Anne de Préhyr

Sur une propriété de la chaînette

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 14 (1914), p. 536-537

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1914_4_14__536_0>

[M⁴b]

SUR UNE PROPRIÉTÉ DE LA CHAINETTE;

PAR Mlle ANNE DE PRÉHYR.

On considère un cylindre circulaire γ et une sphère σ dont le centre O est sur l'axe z du cylindre; une ligne l tracée sur le cylindre est l'arête de rebroussement d'une surface développable circonscrite à la sphère suivant la ligne l'. On se propose de déterminer les lignes l et l'.

Soient A un point quelconque de la ligne l; B le point correspondant de l', c'est-à-dire le point où la tangente à l en A rencontre l', ou encore, le point où la tangente à l en A est tangente à la sphère σ; α le plan perpendiculaire à z en O; C le pied de la génératrice AC de γ sur le plan α; D et E les points où α coupe la droite AB et la tangente à l' en B.

La droite OC est perpendiculaire au plan ABC qui est tangent à γ suivant AC; la droite OB est perpendiculaire à la droite AB qui est tangente à σ en B; la droite CB et le plan OBC sont perpendiculaires à la droite AB et le triangle rectangle COB ($C = 90^\circ$) est invariable. Donc, si le plan ACB roule sur le cylindre γ, le lieu de A dans ce plan est une chaînette et le lieu de B la tractrice développante de cette chaînette. La droite CD est l'asymptote de la tractrice, et ainsi la chaînette est déterminée; la distance de son sommet à la droite CD est la longueur du segment rectiligne CB.

Le plan ACB coupe la sphère suivant un petit cercle ω de rayon CB; quand le plan roule sur γ et qu'en même temps on imagine que les lignes l et l' tournent autour de z, les positions successives du petit cercle ω et de la ligne l' forment un réseau conjugué sur la sphère σ. La droite AB est normale à la ligne l' en A et ainsi la ligne l est encore une développée de la ligne l', comme la chaînette est une développée de la tractrice. La tangente à l' en B, étant normale à AB, est dans le plan OBC; le point E est sur OC et le lieu de ce point est une circonférence de centre O; on voit ainsi que la longueur du segment BE de la tangente à la ligne l' est constante; il en est de même de la longueur de l'arc du grand cercle à l' entre le point B et le plan α.

Le plan OBA est le plan normal à l' en B et le plan rectifiant de l en A; la droite OA est la droite polaire de l' en B et la droite rectifiante de l en A; le centre de courbure de l' en B est la projection F de B sur OA; le lieu de E est la courbe inverse de l pour le point O et la puissance OB^2.