Nouvelles annales de mathématiques

Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 14 (1914), p. 130-134

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1914_4_14__130_1>

BIBLIOGRAPHIE.

Les principes de l'analyse mathématique, exposé théorique et critique; Tome I, par *Pierre Boutroux*, 1 vol. in-4°, de xi + 547 pages. Paris, A. Hermann et fils, 1914. Prix : 14fr.

Le beau Livre de M. P. Boutroux s'adresse aux personnes qui aimeraient à jeter un coup d'œil sur l'ensemble de l'Analyse mathématique : étudiants désireux de compléter une éducation surtout technique, philosophes dont l'attention se tourne vers les sciences. Il est très original dans son plan et pour cette raison difficile à définir. On sépare d'habitude les mathématiques, la philosophie des mathématiques et l'histoire des mathématiques. M. Boutroux a, de parti pris, mêlé les

(1) A. F. Möbius, *Gesammelte Werke*, Vol. II, p. 243.

trois genres. On trouve, dans son Ouvrage, un cours de Mathématiques générales, des considérations sur les méthodes et d'abondantes indications sur la formation de la science. M. Boutroux a surtout en vue le « contenu » de l'Analyse et adopte une grande largeur d'exposition. Je n'oserais affirmer qu'un lecteur tout à fait novice pourrait acquérir dans *Les Principes de l'Analyse mathématique* les connaissances solides qui sont le fruit d'une lente étude : la rapidité des démonstrations, souvent esquissées, la variété des sujets (parfois abandonnés et repris, comme la Trigonométrie élémentaire, qui se trouve répartie en deux Chapitres éloignés l'un de l'autre) risqueraient peut-être de déconcerter le débutant. M. Boutroux ne prétend d'ailleurs pas substituer son exposé à celui qu'on trouve dans les traités spéciaux auxquels il renvoie fréquemment. Quoi qu'il en soit, la lecture de l'Ouvrage est extrêmement attrayante pour toute personne ayant déjà quelque familiarité avec les mathématiques. En particulier, les renseignements historiques, dont le nombre témoigne d'une érudition vraiment surprenante, ont le plus grand prix. L'histoire des Mathématiques est très négligée dans notre pays, et ce ne sont pas seulement les étudiants qui pourront s'y initier, grâce à M. Boutroux.

Le Tome I qui vient de paraître est divisé en deux Livres, intitulés : *Constatation des faits* et *Construction*.

Dans le premier Chapitre du premier Livre, *Les Nombres*, sont établies ou rappelées les propriétés fondamentales des entiers et des fractions, de la numération, etc. L'Auteur insiste sur l'origine historique ou logique des notions qui s'introduisent successivement: l'abondance des idées intéressantes et de la documentation est telle que je dois me borner à la signaler. Cette observation peut d'ailleurs être « mise en facteur » dans tout ce compte rendu trop sommaire.

Au Chapitre II, on aborde les *Grandeurs*, et particulièrement les grandeurs géométriques. Citons, comme très instructif, le paragraphe 5, sur « la confrontation du nombre et de la grandeur »; on y voit au prix de quelles difficultés s'est imposée, grâce à Descartes, l'identité du calcul algébrique et du calcul des grandeurs, identité qui nous paraît aujourd'hui si naturelle. Pour en approfondir la nature, il faut introduire les nombres incommensurables et les nombres relatifs, la notion de suite convergente et celle de limite.

On voit ensuite comment des besoins pratiques ont conduit au calcul logarithmique et à la trigonométrie.

Au Chapitre III, la Géométrie est considérée d'un autre point de vue, et les figures sont étudiées pour elles-mêmes. M. Boutroux distingue la *Géométrie qualitative* et la *Géométrie métrique*, fondée sur le calcul des grandeurs géométriques. En un nombre de pages relativement restreint, l'Auteur passe en revue à peu près toute la Géométrie élémentaire, y compris la théorie des pôles et polaires, celle de l'inversion, etc.

Étudiant ensuite le mécanisme de la démonstration géométrique, il montre que, si admirable que fût en elle-même la géométrie des Alexandrins, son principe la condamnait à une certaine stérilité et que la Science a dû, pour se rajeunir, chercher un contact plus intime avec la réalité.

Le Chapitre se termine par l'étude de la construction géométrique et des lieux géométriques.

Le Chapitre IV du premier Livre est consacré au *Calcul combinatoire*.

Le premier Chapitre du Livre II concerne le *Calcul algébrique* (histoire de l'Algèbre, règles du calcul algébrique, théorie des équations) et le Chapitre II le *Calcul des fonctions* (calcul des dérivées, des intégrales, équations différentielles et même indications sur les équations intégrales). Enfin, dans le Chapitre III, consacré à l'*Algèbre géométrique*, l'Auteur revient sur les principes de la Géométrie analytique et s'étend sur les secours que la méthode graphique apporte à l'étude des fonctions et des équations.

Encore une fois, il m'a éte impossible de donner autre chose qu'une idée bien affaiblie de la richesse du Livre de M. Boutroux. Cet Ouvrage, une fois complété, ne peut manquer de constituer un tableau grandiose du développement et de l'état actuel de la Science mathématique. R. B.

Leçons sur la théorie des nombres, par *A. Châtelet*, 1 vol. in-8, x+153 pages. Paris, Gauthier-Villars, 1913. Prix : 5fr,50.

Ce petit volume constitue le premier Ouvrage publié par un Français sur la Théorie des corps algébriques. Il ne suppose connu du lecteur que l'Arithmétique élémentaire, les résultats classiques de la Théorie des équations, et quelques définitions relatives aux ensembles de points et aux intégrales multiples.

Partant de là, il expose : des notions relatives aux formes et aux substitutions linéaires, au calcul des tableaux, et à la géométrie des nombres; une théorie des modules de points; l'analyse diophantienne du premier degré; les éléments de l'arithmétique des corps algébriques, la définition des idéaux, la décomposition en idéaux premiers; la réduction continuelle d'Hermite; deux théorèmes de la géométrie des nombres de Minkowski; la recherche des unités d'un corps; le théorème d'Hermite, à savoir qu'il n'y a qu'un nombre fini de corps de discriminant donné; la notion de classes d'idéaux, le fait qu'elles sont en nombre fini; l'extension due à Dedekind, dans le corps de tous les entiers algébriques, de la propriété du plus grand commun diviseur des entiers ordinaires. Trois notes sont ajoutées à l'Ouvrage; la première a trait aux périodes des fonctions, la seconde est un exemple de corps algébrique avec calculs détaillés, la troisième est relative aux congruences dont le module est un idéal.

Bien que ces questions ne soient pas poussées jusqu'aux limites de la science actuelle, on peut s'étonner d'une telle abondance de matières dans un livre de dimensions aussi restreintes, et craindre qu'elle ne soit pas toujours obtenue sans dommage pour la clarté. Même en reconnaissant que l'Ouvrage est en effet un peu trop concis, il faut cependant signaler que cette grande concision tient en partie au point de vue élevé auquel se place M. Châtelet et aux méthodes très générales qu'il emploie. En particulier, il a fait le premier dans cette théorie un usage constant des tableaux et d'un théorème sur les modules de points. Ce théorème lui permet de ramener à un principe unique les démonstrations de plusieurs propriétés, présentant des analogies manifestes, mais qu'on n'avait pas encore réunies de cette façon : approximation de plusieurs incommensurables par des fractions du même dénominateur, base des entiers d'un corps, base d'un idéal, unités fondamentales. Je regrette que la place me manque ici pour parler plus en détail de ces démonstrations. Je me bornerai à dire qu'elles sont très intéressantes, et à souhaiter au Livre de M. Châtelet tout le succès qu'il mérite.

E. Cahen.

THÉORIE DU POINT, GÉOMÉTRIE CURVILIGNE (DEUXIÈME PARTIE); COURBES DÉRIVÉES DE LA CIRCONFÉRENCE : ELLIPSE, PARABOLE, HYPERBOLE; par M. le lieutenant-colonel *P.-L. Monteil*, 1 vol. in-4°. Paris, H. Dunod et E. Pinat, 1914.

Les lecteurs du nouvel Ouvrage de M. le lieutenant-colonel Monteil seront surpris d'apprendre, entre autres choses :

1° Que $\pi = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ (thèse soutenue depuis longtemps par l'auteur);

2° Que la parabole et l'hyperbole ne sont pas des courbes à branches infinies;

3° Que le nombre 1, quoique satisfaisant à l'équation

$$x^2 - 7x + 6 = 0,$$

n'est pas racine de cette équation.

Ils s'expliqueront plusieurs de ces propositions contraires aux opinions les plus répandues, comme le faisait Jules Tannery dans un rapport reproduit par M. le colonel Monteil : « Il change les définitions... Les définitions étant changées, on ne peut s'étonner de voir les conclusions modifiées. » Mais ce qui rend perplexe, c'est de rencontrer, au milieu des assertions hétérodoxes de M. le colonel Monteil, des énoncés conformes à la Géométrie classique. Par exemple, l'Auteur estime, comme tout le monde, que l'aire de l'ellipse d'axes $2a$ et $2b$ est égale à πab. De même, en ce qui concerne le segment parabolique, pour l'aire duquel il retrouve, d'une façon un peu mystérieuse, il faut l'avouer, la formule des géomètres traditionalistes, qu'il a tort, en ce cas, de vouloir confondre. En effet, la formule « classique », qu'il oppose à la sienne, et qu'il a trouvée, paraît-il, dans un livre d'enseignement, est affectée d'une erreur de coefficient numérique. R. B.