

R. BRICARD

## Bibliographie

*Nouvelles annales de mathématiques 4<sup>e</sup> série*, tome 13 (1913), p. 469-472

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1913\\_4\\_13\\_\\_469\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1913_4_13__469_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1913, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

---

## BIBLIOGRAPHIE.

---

THÉORIE DES NOMBRES; Tome I: LE PREMIER DEGRÉ,  
par *E. Cahen*. 1 vol. gr. in-8°, de XII + 408 pages.  
Paris, A. Hermann et fils. Prix : 14<sup>fr</sup>.

Il y a quelques années, M. E. Cahen nous donnait des *Éléments de la théorie des nombres* qui venaient combler une lacune singulière de notre littérature scientifique et qui ont obtenu le plus vif succès. Le même auteur paraît maintenant avoir en vue un Traité complet et de vastes dimensions si l'on en juge par l'étendue du premier Volume, consacré seulement aux notions élémentaires, aux formes et aux équations du premier degré. Ce Volume mériterait mieux que l'analyse sommaire à laquelle nous devons nous restreindre ici.

Comme le fait observer M. Cahen, une première difficulté, quand on écrit une Théorie des nombres, est de délimiter le sujet. On ne peut plus dire que la théorie des nombres a trait aux propriétés des nombres entiers, depuis que l'on sait que l'ensemble des Mathématiques peut être édifié sur la seule notion de nombre entier. L'auteur propose une définition profonde et ingénieuse. La Théorie des nombres est, d'après lui, « la science des calculs dans lesquels la division n'est possible que dans des cas particuliers, par opposition à l'Algèbre, qui est au contraire la science des calculs dans lesquels la division n'est impossible que dans des cas particuliers ».

Dans les premiers Chapitres, M. Cahen n'a pas hésité à reprendre l'exposition des théories les plus élémentaires, en commençant à la définition du nombre entier (pour laquelle l'auteur suit Helmholtz). C'est dire que ces Chapitres attireront surtout le lecteur curieux des principes. Le mathématicien

désireux d'acquiescer des connaissances d'une autre sorte commencera plus loin la lecture du Livre. C'est en effet seulement à la page 90 que l'on aborde la théorie des nombres, au sens ordinaire de cette expression, par un Chapitre consacré aux équations diophantiennes linéaires à une et deux inconnues. Les équations à plusieurs inconnues et les systèmes d'équations linéaires font l'objet du Chapitre suivant.

Après un rappel de théories algébriques classiques (Analyse combinatoire, déterminants), on revient aux systèmes d'équations linéaires. Le couronnement de l'étude est la démonstration d'un beau théorème dû à Heger, et qui fait connaître les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'un tel système admette des solutions entières. Signalons aussi des représentations géométriques élégantes.

Les sujets développés dans les Chapitres suivants seront certainement nouveaux pour beaucoup de lecteurs français. Ce sont : les substitutions linéaires homogènes; les formes linéaires et les formes bilinéaires, pour lesquelles on établit l'existence des formes réduites et les conditions d'équivalence; les systèmes de congruences linéaires et enfin le calcul des tableaux, d'une portée si grande que plusieurs auteurs anglais lui donnent le nom d'*universal algebra*. La rédaction de ces Chapitres a dû demander à M. Cahen non seulement le dépouillement de nombreux Mémoires, de lecture souvent pénible, mais encore et surtout un travail personnel considérable de mise au point, sur lequel une modestie excessive l'a empêché d'attirer l'attention. Mais on peut le faire pour lui.

Il est impossible de tout signaler ici, mais je citerai au moins la démonstration élégante par laquelle M. Cahen établit qu'*un système de  $n$  formes linéaires à  $n$  variables n'a pas d'autre invariant que les puissances de son déterminant*.

On revient à des sujets plus familiers, tels que la décomposition des nombres entiers en facteurs premiers et la théorie de l'indicateur. C'est par les éléments de la théorie des congruences à module premier que se termine le Volume.

Je ne sais si, par ce résumé trop succinct, j'ai pu donner quelque idée de l'importance de ce premier Tome. Le Traité, une fois complet, dotera enfin notre littérature d'un Ouvrage imposant, au moins équivalent pour la richesse aux Livres analogues que possèdent déjà les étrangers. Nous attendons

avec une impatience particulière la partie qui sera consacrée aux nombres algébriques et aux idéaux. Il est vraiment déplorable que nous n'ayons pas encore un Ouvrage d'ensemble original sur ce Chapitre de l'Arithmétique générale, que l'on s'accorde à considérer comme le plus beau de tous <sup>(1)</sup>.

R. B.

LECCIONES DE ALGEBRA ELEMENTAL; por *Félix Pernot*, ex alumno de la Escuela Politecnica de Paris, director de los estudios de Matematicas en la Escuela Militar y Naval de Montevideo. 1 vol. in-8° de 215 pages. Montevideo, 1911.

Ce Livre d'enseignement, écrit en langue espagnole, diffère assez profondément des nôtres, bien que l'auteur soit français et familier avec les méthodes françaises. M. Pernot paraît s'être donné pour but de mettre rapidement les élèves au courant des faits essentiels de l'Algèbre, et cela grâce à une largeur d'exposition que les puristes de la rigueur trouveraient peut-être excessive. Ils auraient tort, selon nous. La notion de nombre négatif, par exemple, est assez près d'être intuitive... chez les élèves qui ont l'instinct mathématique, et ils n'ont pas besoin qu'on leur légitime la règle des signes par des raisonnements minutieux. Des exemples suggestifs suffisent. Plus tard, ils désireront peut-être asseoir leurs connaissances un peu empiriques sur des bases plus solides, mais le plus pressé était en somme d'apprendre à manier le calcul algébrique. J'estime donc que M. Pernot a bien fait de profiter d'une liberté que ne lui auraient pas laissée nos programmes d'enseignement.

Ses *Leçons d'Algèbre élémentaire* vont un peu plus loin que ne le laisserait supposer le titre. On y trouve en particulier les formules fondamentales de l'analyse combinatoire, la formule de Newton, l'introduction des quantités complexes. Dans tout l'Ouvrage, l'auteur a fréquemment recours aux

---

(1) Il serait pourtant injuste de ne pas mentionner ici les *Leçons sur la Théorie des nombres* de M. A. Châtelet (1913), qui renferment une exposition très intéressante des fondements de la théorie des nombres algébriques.

représentations graphiques, et il reste fidèle le plus possible à l'excellent principe de « hacer presenciar al principiante la invencion de la ciencia » (faire pressentir au débutant l'invention de la science).

TRIGONOMETRIA PLANA; por *Félix Pernot*. 1 vol. in-8° de 93 + III pages. Montevideo, 1911.

Les qualités de l'Ouvrage précédent se retrouvent dans celui-ci, qui renferme, outre ce qu'on peut s'attendre à rencontrer dans une trigonométrie élémentaire, la démonstration de la formule d'Euler (les imaginaires sont introduites par une méthode géométrique fort intéressante), la résolution trigonométrique de l'équation du troisième degré, des notions de calcul vectoriel.

R. B.