

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 12
(1912), p. 424-425

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1912_4_12__424_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1912, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CORRESPONDANCE.

M. M.-F. Egan. — M. Haag a donné récemment dans les *Nouvelles Annales* la formule sommatoire suivante

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{P(n)}{(n + a_1)(n + a_2) \dots (n + a_p)} \\ = - \sum_{i=1}^p A_i \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{a_i} \right),$$

les a_i étant des entiers positifs, tous différents, et $P(n)$ un polynôme en n dont le degré ne dépasse pas $p - 2$. Les A_i sont les coefficients de décomposition en fractions partielles; ainsi

$$R(x) = \frac{P(x)}{(x + a_1) \dots (x + a_p)} = \sum \frac{A_i}{x + a_i}.$$

La démonstration de M. Haag s'appuie sur le théorème d'Abel. Voici une démonstration plus élémentaire, qui donne en même temps la somme d'un nombre fini de termes de la série. Rappelons que

$$\sum_i A_i = 0.$$

Si l'on retranche du second membre de l'identité

$$\sum_{n=1}^m R(n) = \sum_i A_i \left(\frac{1}{a_{i+1}} + \frac{1}{a_{i+2}} + \dots + \frac{1}{a_{i+m}} \right).$$

la quantité nulle

$$\sum_i A_i \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{m} \right),$$

(¹) Numéro d'avril 1912.

on trouve

$$\sum_{n=1}^m R(n) = \sum_i A_i \left(\frac{1}{m+1} + \dots + \frac{1}{m+a_i} \right) - \sum_i A_i \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{a_i} \right).$$

Voilà la somme des m premiers termes de la série $\Sigma R(n)$.
En faisant tendre m vers l'infini, on trouve la formule de M. Haag.