

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 11
(1911), p. 422-423

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1911_4_11__422_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1911, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CORRESPONDANCE.

M. L. Klug. -- Dans la solution analytique de la question 2155 (t. XI, p. 330), *M. Barisien* a donné une généralisation. On peut de même démontrer assez simplement ce théorème plus général :

Si c, c_1 sont deux coniques confocales avec des axes focaux

$2a$, $2a_1$ et la distance focale $2d$: 1° les coniques bitangentes à c (ou à c_1) et ayant leurs foyers aux extrémités des diamètres de la conique c_1 (ou c) enveloppent un cercle concentrique à la conique c et de rayon $(a^2 + a_1^2 - d^2)^{\frac{1}{2}}$; 2° les coniques bitangentes à c (ou à c_1) et ayant leurs foyers aux extrémités des cordes parallèles aux axes focaux de c_1 (ou c) enveloppent deux droites perpendiculaires à cet axe à une distance $\frac{aa_1}{d}$ du centre de c .

Soient O le centre, F, F_1 les foyers, AA_1 un diamètre, AP une tangente à la conique c et BP une tangente à c_1 perpendiculaire à AP . Si B est le point de contact de la tangente, les parallèles par B aux droites AF, AF_1 et les rayons BF, BF_1, BA, BA_1 forment une involution symétrique; et les angles de ces derniers rayons avec BP sont égaux. A et A_1 sont donc les foyers d'une conique u , bitangente à c_1 aux extrémités du diamètre BB_1 . De même, B et B_1 sont les foyers d'une conique u_1 , bitangente à c aux extrémités du diamètre AA_1 .

Les axes focaux de u et u_1 sont égaux à $2OP$. Mais, si l'on fait varier les deux tangentes perpendiculaires AP, BP aux coniques c, c_1 , le point P décrit un cercle du centre O et de rayon $(a^2 + a_1^2 - d^2)^{\frac{1}{2}}$ (où $2d = FF_1$ et $2a, 2a_1$ sont les axes focaux de c, c_1); donc, la première partie du théorème est démontrée.

Si le cercle passant par FF_1 coupe c en C et C_1 , c_1 en D et D_1 , on peut démontrer, comme dans la première solution de la question 2133, que les axes focaux de la conique v ayant C et C_1 pour foyers et bitangente à c_1 aux points D et D_1 , et de la conique v_1 ayant D et D_1 pour foyers et bitangente à c aux points C et C_1 sont égaux à $\frac{2aa_1}{d}$, donc, etc...