Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 11 (1911), p. 221-222

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1911_4_11__221_1>

CORRESPONDANCE.

M. **E.-N. Barisien**. — *Sur un problème de progressions. Connaissant les sommes* S_1, S_2, S_3 *des termes, des carrés des termes et des cubes des termes d'une progression arithmétique, reconstituer la progression.*

On sait que si a est le premier terme de la progression, r la raison et n le nombre des termes, on a

$$(1)\quad S_1 = n(a-r) + \frac{n(n+1)}{2}r,$$

$$(2)\quad S_2 = n(a-r)^2 + n(n+1)r(a-r) + \frac{r^2}{6}n(n+1)(2n+1),$$

$$(3)\quad S_3 = n(a-r)^3 + \frac{3n(n+1)}{2}r(a-r)^2$$
$$+ \frac{n(n+1)(2n+1)}{2}r^2(a-r) + \frac{n^2(n+1)^2}{4}r^3.$$

---

la dérivée a le signe de

$$\theta' \sin 2\alpha - \sin 2\theta;$$

or on a

$$\cos\theta . \theta' = a\cos\alpha,$$

et la dérivée a le signe de

$$a\cos\alpha \sin 2\alpha - \cos\theta \sin 2\theta,$$

ou de

$$a \sin\alpha \cos^2\alpha - \sin\theta\cos^2\theta = a\,(a^2-1)\sin^3\alpha.$$

Si l'on éliminait a et r ou plutôt $(a-r)$ et r entre ces trois équations, on aurait une équation en n du 16^e degré.

Le problème paraît donc *insoluble*.

Voici cependant des formules que nous croyons inédites et qui ramènent le problème au second degré. On trouve les relations

$$n^2 S_3 - 3n S_1 S_2 + 2 S_1^3 = 0, \tag{4}$$

$$r^2 n^2 (n^2 - 1) = 12(n S_2 - S_1^2), \tag{5}$$

$$a = \frac{S_1}{n} - \frac{r(n-1)}{2}. \tag{6}$$

L'équation (4) qui est du second degré en n a ses deux racines positives, mais on ne prendra que celle qui numériquement donnera un entier. Connaissant n, on aura la raison r par (5), c'est-à-dire

$$r = \frac{2\sqrt{3(n S_2 - S_1^2)}}{n\sqrt{n^2-1}}.$$

Et ensuite la relation (6) donnera a en fonction de n et r.

M. **L. Klug.** — Le théorème de la question **2166** (1910, p. 528) a déjà été publié par Steiner. Voir *Journal de Crelle*, t. 30, p. 271-272, ou *Gesammelte Werke*, t. II, p. 342.