

Question

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 9 (1909), p. 527-528

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1909_4_9_527_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1909, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUESTION.

2141. Soit l'équation aux dérivées partielles

$$\frac{(axy + bz) + (fx + gy)}{(bpq + aw) + (gp + fq)} = \frac{1}{m} \quad (px + qy = z + w);$$

la transformation de Legendre donne une équation du même type; les analogues des coefficients a, b, f, g, m étaient $b, a, g, f, \frac{1}{m}$.

Les équations des *caractéristiques* sont

$$\frac{z}{m} = (x - \alpha)(y - \beta) - \frac{ax\beta + fx + g\beta}{mb + a},$$

$$\frac{x - \alpha + \frac{ax + g}{mb + a}}{\gamma} = \frac{y - \beta + \frac{a\beta + f}{mb + a}}{\delta} (= t);$$

ce sont des paraboles ayant leurs axes parallèles à Oz .

Les *développables caractéristiques* ont de même pour équations tangentielles, en mettant m' pour $\frac{1}{m}$,

$$\frac{w}{m'} = (p - \alpha')(q - \beta') - \frac{b\alpha'\beta' + g\alpha' + f\beta'}{m'a + b},$$

$$\frac{p - \alpha' + \frac{b\alpha' + f}{m'a + b}}{\gamma'} = \frac{q - \beta' + \frac{b\alpha' + g}{m'a + b}}{\delta'} (= t');$$

ce sont des cylindres paraboliques.

En supposant a et b non nuls, chaque caractéristique $\left(x, \beta, \frac{\gamma}{\delta}\right)$ correspond à une développable $\left(\alpha', \beta', \frac{\gamma'}{\delta'}\right)$; chaque élément ponctuel $(x, \beta, \gamma, \delta, t')$ correspond à un élément tangentiel $(\alpha', \beta', \gamma', \delta', t')$ d'après les relations

$$\frac{\gamma'}{\delta} = \frac{\delta'}{\gamma}, \quad \frac{\alpha'}{\beta} = \frac{\beta'}{\alpha} = -m, \quad \frac{t'}{mt} = \frac{\delta}{\gamma'} = \frac{\gamma}{\delta'}.$$

Si a est nul, l'équation aux dérivées partielles donnée par la transformation de Legendre est linéaire; les cylindres paraboliques dépendent seulement de deux paramètres, leurs équations tangentielles étant

$$\frac{p + \frac{f}{b}}{\gamma'} = \frac{q + \frac{g}{b}}{\delta'} = \frac{pq - mw}{\lambda'} (= t'),$$

et la correspondance entre les paraboles et les cylindres se traduit par les *deux* relations

$$\frac{\gamma'}{\delta} = \frac{\delta'}{\gamma}, \quad m(\alpha\gamma' + \beta\delta') + \lambda' = 0.$$

(G. FONTENÉ.)