NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Certificats d'astronomie

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 9 (1909), p. 281-288

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1909_4_9__281_1>

CERTIFICATS D'ASTRONOMIE.

Grenoble.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — *En considérant le mouvement elliptique du Soleil par rapport à la Terre, développer suivant les puissances de l'excentricité :*

L'anomalie excentrique, le rayon vecteur;
L'anomalie vraie, la longitude;
L'équation du centre et l'équation du temps.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Calcul de l'azimut du coucher d'une étoile et de la durée de sa présence au-dessus de l'horizon, en tenant compte de la réfraction.*

Données numériques :

$$\mathcal{D} = 38^\circ 41' 16'', \qquad \lambda = 45^\circ 11' 23''.$$

Réfraction à l'horizon :

$$\theta = 33' 47''.$$

(Novembre 1908.)

Lille.

QUESTION DE COURS. — *Correction de la réfraction astronomique.*

1° *Cas des couches horizontales.*
2° *Équation différentielle de la réfraction dans le cas général.*
3° *Hypothèse de Bouguer. Intégration.*
4° *Formule pratique.*

PROBLÈME. — 1° *Déterminer la longitude d'un lieu par une observation de hauteur du Soleil.*

On donne :

Latitude de la station...........	$43°.19'.25'',6$
Hauteur du centre du Soleil.....	$41.25.17,6$
Déclinaison du Soleil..	$19.16.25,4$
Heure vraie de Paris...........	$3^h\ 7^m\ 18^s,5$

La hauteur du Soleil est affranchie de la réfraction et de la parallaxe, et l'observation a été faite après le passage au méridien.

2° *Quelle serait l'erreur commise sur la longitude si l'on avait commis une erreur de 30″ sur la hauteur du Soleil?*

(Novembre 1908.)

QUESTION DE COURS. — *Calcul de la position d'une planète sur son orbite conformément aux lois de Képler pour une époque quelconque. Éléments de l'orbite.*

1° *Établir l'équation de Képler*

$$u - e\sin u = nt.$$

2° *Expression du rayon vecteur et de l'anomalie vraie v en fonction de l'anomalie excentrique u.*

3° *Expression de l'anomalie vraie par une série ordonnée suivant les puissances croissantes de e et des sinus des multiples de u.*

PROBLÈME. — *On demande de calculer la longitude* L *et la latitude géocentriques d'une planète ainsi que sa distance à la Terre, connaissant les coordonnées héliocentriques de la planète.*

Application :

Longitude......	$l = 121°\ 7'53'',8$
Latitude.......	$L = \ \ 3°22'57'',4$
Rayon vecteur..	$r = 0,718\,542\,3$

A la même époque, la Terre a pour coordonnées héliocentriques :

Longitude..........	$l_1 = 298°20'36'',5$
Rayon vecteur......	$r_1 = 1,016\,232\,7$

(Juillet 1908.)

Marseille.

Question de Cours. — *Exposer la méthode d'Horrebow-Talcott pour la détermination de la latitude d'un lieu de la Terre.*

Problème. — *Démontrer que, en un lieu donné, une étoile quelconque, à son lever, se déplace en azimut avec une vitesse indépendante des coordonnées de l'étoile. Trouver cette vitesse.*

Solution.

Construisons le triangle ayant pour sommets le pôle, le zénith et l'horizon.

On a

$$\frac{\sin\tau}{1} = \frac{\sin A}{\cos\delta},$$

$$\sin A = \sin\tau \cos\delta,$$

$$\cos A \frac{\partial A}{\partial\tau} = \cos\tau \cos\delta; \tag{1}$$

mais on a aussi

$$\sin\delta = -\cos\varphi \cos A, \qquad \cos A = -\frac{\sin\delta}{\cos\varphi}, \tag{2}$$

$$\left\{ \begin{aligned} 0 &= \sin\delta \sin\varphi - \cos\delta \cos\varphi \cos\tau, \\ \cos\tau \cos\delta &= -\frac{\sin\delta \sin\varphi}{\cos\varphi}; \end{aligned} \right. \tag{3}$$

portant $\cos A$, $\cos\tau \cos\delta$ dans (1), il vient

$$\frac{\partial A}{\partial\tau} = \sin\varphi,$$

ce qui démontre la proposition.

Épreuve pratique. — *La petite planète* (91) *Egine a pour demi-grand axe* $\alpha = 2,59076$, *et pour excentricité* $e = 0,106602$.

Sachant qu'à une certaine époque l'anomalie vraie de cette planète est égale à $45°$, *on demande de calculer, pour cette époque, l'anomalie excentrique et le rayon vecteur.*

On fera les calculs avec l'approximation des Tables à 5 décimales.

(Novembre 1908.)

ÉPREUVE THÉORIQUE. — *Calcul des longitudes terrestres au moyen des occultations.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Calculer le volume d'un tétraèdre* OABC, *connaissant les longueurs* a, b, c *des trois arêtes, qui aboutissent à un même sommet* O, *ainsi que les angles* α, β, γ *que ces arêtes font deux à deux.*

Données numériques :

$$\begin{aligned} a &= 17^{\text{m}},246; & \alpha &= 75^{\circ}.27'.34'',7; \\ b &= 12,723; & \beta &= 82.43.51,2; \\ c &= 7,932; & \gamma &= 67.58.27,9. \end{aligned}$$

(Novembre 1907.)

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. *Correction de parallaxe. — Définition de cette correction.*

Équations générales.

Correction de parallaxe dans les observations méridiennes. (*On laissera de côté le cas de la Lune.*)

II. PROBLÈME. — *Une planète et une comète de masses négligeables se meuvent dans un même plan passant par le Soleil, suivant les lois de Képler. La planète décrit un cercle de rayon* a *et la comète une parabole de distance périhélie* $\frac{a}{2}$. *A l'origine du temps, la comète passe à son périhélie et les anomalies des deux astres sont nulles à ce instant. On demande :*

1° *De calculer les époques où la comète traverse l'orbite de la planète et les positions de la planète à ces époques,*

2° *De décrire le mouvement de la comète, vue de la planète, pendant son passage à l'intérieur de l'orbite de cette planète. On calculera, en particulier, l'angle compris entre les rayons visuels apparents correspondant aux époques déterminées dans la première partie du problème.*

SOLUTION.

II. La question est sans difficulté, en utilisant les relations

$$v = \frac{k}{a^{\frac{3}{2}}} t \qquad \text{(cercle)},$$

$$\frac{1}{3}\operatorname{tang}^3 \frac{v}{2} + \operatorname{tang}\frac{v}{2} = \frac{2k}{a^{\frac{3}{2}}} t \qquad \text{(parabole)}.$$

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Les coordonnées moyennes de l'étoile* γ *Aigle, à la date* 1800,0, *sont :*

Ascension droite....	$\alpha = 19^h 36^m 44^s,94$
Déclinaison.........	$\delta = 10^\circ 8' 12'',7$

On demande les coordonnées moyennes de cette étoile, à la date 1855,0.

Les constantes de la précession sont, pour la date 1827,5 :

$$m = 3^s,07134 \qquad \text{(en temps)},$$
$$n = 20'',5882 \qquad \text{(en arc)}.$$

On admettra que les nombres donnés sont approchés à une demi-unité près du dernier ordre décimal conservé et l'on fera les calculs avec l'approximation stricte que comportent les données.

On rappelle aux candidats que les effets annuels de la précession sur les coordonnées équatoriales d'un astre sont représentés par

$$m + n \operatorname{tang}\delta \sin\alpha \qquad \text{(en ascension droite)},$$
$$n \cos\alpha \qquad \text{(en déclinaison)}.$$

SOLUTION.

Les coordonnées moyennes à l'époque 1855,0 sont

$$\alpha = 19^h 39^m 21^s,66,$$
$$\delta = 10^\circ 0' 24'',5.$$

(Juin 1908.)

Montpellier.

Épreuve théorique. — *Déterminer les coordonnées géographiques à terre et en mer.*

Épreuve pratique. — *Résoudre un triangle sphérique dont les angles sont :*

$$A = 116^\circ 20' \; 2'';$$
$$B = 75^\circ \; 0' 52'';$$
$$C = 70^\circ \; 7';$$

vérifier les résultats obtenus, par l'emploi de l'analogie des sinus.

(Novembre 1908.)

Épreuve théorique. — *Les différentes méthodes pour la détermination de la parallaxe solaire.*

Épreuve pratique. — *Un voyageur à terre se propose de déterminer sa position au théodolite. Il applique d'abord la méthode des hauteurs correspondantes avec* β *des Gémeaux :*

$$Æ = 7^h 39^m 41^s, \qquad D = 28^\circ 14' 56'' B.$$

Lors de l'observation faite à l'est du méridien, le chronomètre réglé sur le temps sidéral de Paris marque $13^h 2^m 10^s$ *: lors de l'observation symétrique, il marque* $14^h 41^m 50^s$. *On conclut de plus que l'azimut de l'étoile dans la seconde observation est*

$$A = 25^\circ 12' 42''.$$

Quelles sont les coordonnées géographiques de ce voyageur?

(Juillet 1908.)

Nancy.

Épreuve théorique. — *On considère trois axes de coordonnées ayant leur origine au centre* T *de la Terre :* Tz, *parallèle à la direction* LS *qui va du centre de la Lune au centre du Soleil;* Ty, *mené perpendiculairement à* Tz, *dans le plan* zTP *de* Tz *et de l'axe* TP *de la Terre, mais de manière à faire un angle aigu avec* TP, P *étant le pôle* *boréal;* Tx, *perpendiculaire au plan* yTz, *de manière que le trièdre* Txyz *présente la disposition directe.*

Soit un temps moyen de Paris voisin du milieu d'une éclipse de Soleil. Calculer pour cette époque :

1° *L'ascension droite* Æ *et la déclinaison* ⅅ *de la direction* Tz;

2° *Les coordonnées* x, y, z *du centre* L *de la Lune;*

3° *Les coordonnées* ξ, η, ζ *d'un lieu terrestre* M;

4° *Les demi-angles au sommet des cônes d'ombre et de pénombre, ainsi que les rayons de leurs traces sur le plan* xTy:

5° *Les rayons de leurs traces sur le plan parallèle au plan* xTy *mené par le lieu* M;

6° *Les valeurs des quatre dérivées* x', y', ξ', η' *prises par rapport au temps.*

Déduire de là l'heure approximative d'un contact des disques lunaire et solaire, ainsi que l'angle au pôle correspondant.

On connaît, pour l'époque considérée : les coordonnées équatoriales Æ, ⅅ *de la Lune et celles* Æ', ⅅ' *du Soleil; les distances* r, r' *de ces deux astres à la Terre; l'angle horaire* H *de la direction* Tz *par rapport au premier méridien.*

On connaît d'ailleurs aussi les rayons linéaires R *et* R' *de la Lune et du Soleil, ainsi que les coordonnées géographiques du lieu* M *et sa distance* ρ *au centre de la Terre.*

Épreuve pratique. — *A Paris, le* 28 *juin* 1908, *le temps vrai à midi moyen est* $23^h 57^m 4^s.02$; *le lendemain il est* $23^h 56^m 51^s,73$.

Calculer quelle est la valeur de l'angle horaire du Soleil vrai par rapport au méridien de Nancy le 28 *juin* 1908 *à* $5^h 28^m 8^s$ *du soir (heure légale).*

Sachant en outre que la déclinaison du Soleil à ce dernier instant est à Nancy de $23° 17' 17''$, *calculer pour le même instant l'angle parallactique du Soleil vu de Nancy.*

Les coordonnées géographiques de Nancy sont :

$$L = 3° 51', \qquad \varphi = + 48° 41' 31''.$$

(Juin 1908.)

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. *Principe de la méthode des moindres carrés ; le justifier. Expliquer la pratique de la méthode; indiquer un exemple.*

II. *Détermination des six éléments elliptiques d'une planète à l'aide de trois observations.*

(Octobre 1907.)