NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 8 (1908), p. 95-96

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1908_4_8__95_1>

QUESTIONS.

2089. On considère dans le plan d'une courbe (M) un pôle O. Si n et t sont les points de rencontre respectifs de la normale et de la tangente en un point M de cette courbe avec la perpendiculaire élevée en O au rayon vecteur OM, et si l'on connaît la direction de la normale en t, au lieu de ce point t [*adjointe infinitésimale* (t) de M. d'Ocagne], on a une construction du centre de courbure μ, répondant au point M, sous les deux formes suivantes :

1° La parallèle menée, à la normale en t, par le point de rencontre α du rayon vecteur OM avec la perpendiculaire élevée en n à la normale Mn, coupe cette dernière au centre de courbure μ.

2° Si, au point de rencontre N de la normale Mn avec la parallèle menée par O à la normale en (t), on élève une perpendiculaire à Mn jusqu'à sa rencontre en un point V de OM, la perpendiculaire élevée en ce point V à OM coupe Mn au centre de courbure μ.

Appliquer cette construction, dans le cas particulier où la courbe (M) est une conique de foyer O.

(Farid Boulad.)

2090. Soient $\rho(\alpha, \beta, \gamma)$ un point fixe quelconque situé dans le plan du triangle ABC; θ le centre de la conique inscrite en α, β, γ; $\Delta(\lambda\mu\nu)$ la polaire de θ dans le triangle ABC, et Q la conique inscrite en A, B, C au triangle des droites $A\lambda$, $B\mu$, $C\nu$. Si un point $O(x, y, z)$ décrit Q :

1° La polaire ρ de O tourne autour de θ;

2° Le centre θ_1 de la conique inscrite à ABC en x, y, z décrit la polaire ρ_1 de P;

3° Les parallèles à PA, PB, PC menées par O coupent BC, CA, AB en λ', μ', ν', et l'on a la droite $\Delta'(\lambda'\mu'\nu')$;

4° Les parallèles à OA, OB, OC menées par P coupent BC, CA, AB en λ_1, μ_1, ν_1, et l'on a la droite $\Delta_1(\lambda_1\mu_1\nu_1)$;

5° Le point $\omega(\Delta', \Delta_1)$ est le milieu de OP et décrit la conique V qui passe par les milieux des côtés de ABC et les points α, β, γ;

6° Si P coïncide avec l'orthocentre H de ABC, θ est le point de Lemoine, Q le cercle ABC, Δ' la droite de Simson et V le cercle d'Euler. (P. Sondat.)

2091. Le nombre n étant supposé impair, démontrer que, si l'on évalue la quantité $\dfrac{\sin n x}{\sin x}$ en fonction de $\cos x$, l'expression obtenue est un produit de deux facteurs rationnels. Que représente chacun de ces facteurs? (G. F.)