Solutions de questions proposées

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 8 (1908), p. 432

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1908_4_8__432_0>

SOLUTIONS DE QUESTIONS PROPOSÉES.

2067.

(1907, p. 96.)

Construire un quadrilatère inscrit dans un cercle donné, sachant que ce quadrilatère est circonscriptible à un cercle (d'ailleurs inconnu), et connaissant l'aire du quadrilatère ainsi que la longueur d'une de ses diagonales.

(W. MANTEL.)

SOLUTION

Par M. TÊTU

Considérons le cercle circonscrit au quadrilatère. Plaçons la diagonale connue AB. Soient M et M' les deux autres sommets. Le quadrilatère MAM'B sera circonscriptible si

$$MA + M'B = MB + M'A$$

ou

$$MA - MB = M'A - M'B.$$

Les points M et M' sont donc sur une même branche d'une hyperbole de foyers A et B. Or, il est facile de voir que si l'on considère toutes les hyperboles de foyers A et B et qu'on prenne leur intersection avec le cercle fixe o, on a

$$\frac{MH}{M'H'} = \text{const.} = \frac{CP}{DP}.$$

Si, d'autre part, l'aire du quadrilatère est K^2, on a

$$MH + M'H' = \frac{2K^2}{AB},$$

d'où

$$MH = \frac{K^2}{R}\,\frac{CP}{AB}, \qquad M'H' = \frac{K^2}{R}\,\frac{DP}{AB}.$$

La condition de possibilité du problème est :

$$K^2 < R.AB,$$

et il n'y a qu'une solution.

Autres solutions par MM. BOUVAIST, VALÈRE MARS et PARROD.