

PHILBERT DU PLESSIS

**Solutions de questions proposées**

*Nouvelles annales de mathématiques 4<sup>e</sup> série*, tome 8  
(1908), p. 287-288

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1908\\_4\\_8\\_\\_287\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1908_4_8__287_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1908, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

---

## SOLUTIONS DE QUESTIONS PROPOSÉES.

---

2089.

(1908, p. 9.)

On considère dans le plan d'une courbe  $(M)$  un pôle  $O$ . Si  $n$  et  $t$  sont les points de rencontre respectifs de la normale et de la tangente en un point  $M$  de cette courbe avec la perpendiculaire élevée en  $O$  au rayon vecteur  $OM$ , et si l'on connaît la direction de la normale en  $t$ , au lieu de ce point  $t$  [adjointe infinitésimale ( $t$ ) de *M. d'Ocagne*], on a une construction du centre de courbure  $\mu$ , répondant au point  $M$ , sous les deux formes suivantes :

1° La parallèle menée, à la normale en  $t$ , par le point de rencontre  $\alpha$  du rayon vecteur  $OM$  avec la perpendiculaire élevée en  $n$  à la normale  $Mn$ , coupe cette dernière au centre de courbure  $\mu$ .

2° Si, au point de rencontre  $N$  de la normale  $Mn$  avec la parallèle menée par  $O$  à la normale en ( $t$ ), on élève une perpendiculaire  $Mn$  jusqu'à sa rencontre en un point  $V$  de  $OM$ , la perpendiculaire élevée en ce point  $V$  à  $OM$  coupe  $Mn$  au centre de courbure  $\mu$ .

Appliquer cette construction dans le cas particulier où la courbe  $(M)$  est une conique de foyer  $O$ .

(FARID-BOULAD).

SOLUTION

Par M. PH. DU PLESSIS.

Appelons  $u$  et  $v$  les points où la normale en  $t$  à la courbe ( $t$ ) coupe respectivement les droites  $MO$  et  $Mn$ . Si les points  $M$

et  $t$  sont considérés sur la droite variable  $Mt$ , on a

$$\frac{d(M)}{d(t)} = \frac{M\mu}{tv}.$$

Mais si  $d\theta$  est l'angle infiniment petit dont tournent simultanément les droites  $OM$  et  $Ot$ , on a

$$d(M) = Mn \cdot d\theta, \quad d(t) = tu \cdot d\theta.$$

On en déduit

$$\frac{Mn}{M\mu} = \frac{tu}{tv}.$$

Si la parallèle à  $tu$  menée par  $\mu$  coupe  $MO$  en  $\alpha$  et  $Mt$  en  $s$ , on a

$$\frac{tu}{tv} = \frac{s\alpha}{s\mu}.$$

Donc,

$$\frac{Mn}{M\mu} = \frac{s\alpha}{s\mu}$$

et, par suite,  $\alpha n$  est parallèle à  $Mt$ , ce qui établit la première proposition.

On a ensuite, en vertu de la construction indiquée,

$$\frac{Mn}{MN} = \frac{M\alpha}{MV} \quad \text{et} \quad \frac{MN}{M\mu} = \frac{MO}{M\alpha},$$

d'où, en multipliant membre à membre,

$$\frac{Mn}{M\mu} = \frac{MO}{MV}$$

et, par suite,  $V\mu$  est parallèle à  $On$ , c'est-à-dire perpendiculaire à  $OM$ .

Si la courbe  $(M)$  est une conique de foyer  $O$ , la ligne  $(t)$  est une perpendiculaire à l'axe focal. Donc, *si la perpendiculaire élevée au rayon vecteur par le foyer  $O$  coupe la normale en  $n$ , et si la perpendiculaire élevée à la normale en  $n$  coupe le rayon vecteur en  $\alpha$ , le centre de courbure est sur la parallèle à l'axe focal menée par  $\alpha$ .*

Autre solution par M. Bros.