Nouvelles annales de mathématiques

Certificats de mathématiques générales

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 8 (1908), p. 238-240

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1908_4_8__238_1>

CERTIFICATS DE MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES.

Poitiers.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — *On considère les plans* P *donnés en coordonnées cartésiennes rectangulaires par l'équation*

$$\lambda x \cos\omega + \lambda y \sin\omega - p^2 = \frac{p^2 + \lambda^2}{2}$$

et qui dépendent des deux paramètres λ *et* ω :

1° *Soit* δ *la distance du point* $M(y = p, z = \gamma)$ *du plan* yOz *à l'un des plans* P; *on demande de trouver les plans* P *pour lesquels la* valeur absolue *de* δ *est maximum ou minimum.*

A quelle condition cette valeur absolue peut-elle être nulle ?

2° *Partager le plan des* yz *en régions suivant le nombre des maxima et minima correspondant au point* M.

3° *Trouver la surface* S *enveloppe des plans* P. *Calculer en un point de cette surface les rayons de courbure principaux.*

4° *Soit* C *la courbe de* S, *lieu des points de contact* *avec* S *des plans* P *qui passent par un point* $x = \alpha$ *de l'axe* Ox; *former l'équation différentielle des projections* Γ, *sur le plan des* xy, *de toutes les courbes* C *obtenues en faisant varier* α

5° *Former l'équation différentielle des trajectoires orthogonales des courbes* Γ; *l'intégrer en la transformant en coordonnées polaires. Vérifier que les courbes obtenues sont les projections sur le plan des* xy *des sections de* S *par les plans qui passent par* Ox.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Un point matériel* M, *de masse égale à l'unité, se meut sur l'axe* Ox *sous l'action d'une force*

$$F = -\left(k\frac{dx}{dt} + \frac{a^2}{4}x\right),$$

où k *est une constante positive.*

1° *Étudier le mouvement de* M *dans les diverses hypothèses qui peuvent se présenter quand* k *varie.*

2° *En supposant* k *assez petit et le point* M *abandonné en* M_0 $(x = x_0)$ *sans vitesse initiale, ce point arrive en* O *sous l'action de* F *dans le temps* T. *Comment peut-on trouver ce temps ?*

Calculer les premiers termes du développement de T *suivant les puissances croissantes de* k :

$$T = T_0 + T_1 k + T_2 k^2 + \ldots$$

(Juillet 1907.)

ÉPREUVE THEORIQUE. — *On considère les plans* P, *variables avec* λ, *qui ont pour équation*

$$1 + \lambda x + \lambda^2 y + \lambda^3 z = 0.$$

1° *Soit* A *un point de coordonnées* (α, β, γ); *montrer qu'il passe en général par* A *un ou trois plans* P *réels. Trouver la surface* S *limitant la région où doit se trouver* A *pour qu'il n'y passe qu'un plan réel.*

Quand A *est sur* S, *il passe par* A *deux plans* P *réels; former leurs équations.*

Examiner en détail le cas où A *se trouve dans l'un des plans* yOz *ou* xOy.

2° *La surface* S *est l'enveloppe des plans* P; *trouver les* *génératrices rectilignes* G *de cette surface et son arête de rebroussement. Vérifier que la coordonnée* z *considérée comme fonction de* x *et* y *satisfait à la relation du second ordre :* $rt - s^2 = 0$.

3° *Soit* $y = f(x)$ *l'équation de la projection sur* xOy *d'une génératrice* G; *former l'équation différentielle que vérifient toutes les fonctions* $f(x)$, *et l'intégrer* directement, *c'est-à-dire sans faire usage des résultats obtenus.*

Épreuve pratique. — *Calculer l'intégrale définie*

$$\int_0^\pi y\,dx,$$

y étant celle des intégrales de l'équation

$$y''' - 3y' - 2y = 10(\sin x + x\cos x) - 8x^3$$

qui s'annule pour $x = 0$ *ainsi que ses deux premières dérivées.*

(Novembre 1907.)