

LUCIEN GODEAUX

Un théorème sur les congruences de courbes

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 8
(1908), p. 134-135

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1908_4_8__134_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1908, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

[N°3]

UN THÉORÈME SUR LES CONGRUENCES DE COURBES ;

PAR M. LUCIEN GODEAUX.

1. Considérons une congruence N de courbes d'ordre k telle que par un point quelconque passent p courbes de cette congruence (ordre), et qu'une droite quelconque soit bisécante de q courbes du système (classe).

Les courbes de la congruence N marquent sur un plan π des groupes d'une homographie planaire H d'ordre $p(k-1)+1$ et de classe q . Cette homographie jouit de la propriété suivante : un point quelconque appartient à p groupes de l'homographie.

2. Les courbes de la congruence N qui s'appuient en un point sur une droite quelconque d engendrent une surface. Désignons par S_m cette surface, m étant l'ordre de la surface. En d'autres termes, soit m le nombre de courbes de la congruence N qui s'appuient sur deux droites quelconques.

La droite d est évidemment une droite multiple d'ordre p de la surface S_m .

Si l'on suppose que le plan π du n° 1 passe par la droite d , on voit que les points du plan π qui, avec les points de la droite d , forment des groupes de l'homographie H , engendrent une courbe c d'ordre $m-p$.

3. La courbe c rencontre la droite d en $m-p$ points.

Parmi ces points, il y en a $2q$ qui appartiennent aux groupes de l'homographie H qui ont deux points sur la droite d . Ils sont marqués par les courbes de la congruence N qui admettent d comme bisécante.

Les points restants se correspondent à eux-mêmes; ils ne peuvent donc provenir que des courbes de la congruence N tangentes au plan π . On sait que le lieu des points de contact des courbes d'une congruence avec un plan est une courbe. Si l'on désigne par n l'ordre de cette courbe, on a le théorème :

Si m est l'ordre de la surface engendrée par les courbes d'une congruence d'ordre p et de classe q s'appuyant sur une droite, et n l'ordre de la courbe lieu des points de contact des courbes de la même congruence avec un plan, on a

$$m - n = p + 2q.$$

Dans le cas où $p = 1$, l'homographie H devient une involution d'ordre k et le théorème est connu (1).