Certificats d'astronomie

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 7 (1907), p. 558-564
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1907_4_7__558_1>

CERTIFICATS D'ASTRONOMIE.

Besançon.

Epreuve écrite. — I. *Établir les formules usuelles de la précession et de la nutation. Exposé succinct de la formation des éphémérides d'étoiles.*

II. *Mouvement parabolique. Théorème d'Euler. Principe de la méthode d'Olbers.*

(Juin 1906.)

Bordeaux.

Épreuve théorique. — *Démontrer que, dans le mouvement d'un point matériel attiré par un centre fixe suivant* *la loi de Newton, l'hodographe est une circonférence; déduire de ce théorème les intégrales de Laplace.*

Cas particulier où la trajectoire est une circonférence : quelle propriété de l'hodographe caractérise ce cas? Quelle relation existe-t-il alors entre les coordonnées du point matériel et les projections de sa vitesse à un instant quelconque? Comment détermine-t-on, toujours dans le cas particulier, les éléments de l'orbite circulaire lorsqu'on connaît la position et la vitesse initiales du point matériel?

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Calculer l'heure sidérale du coucher du Soleil à Bordeaux, le* 26 *juin* 1907, *par la méthode des approximations successives.*

Données :

Ɽ à midi vrai		$6^h 16^m 13^s,4$
Ɗ —		$23°23'52'',4$
Latitude de Bordeaux		$44°50'\ 7''$
Variations horaires	en Ɽ...	$+10^s,38$
	en Ɗ...	$-4'',3$

(Juillet 1907.)

I. ÉPREUVE THÉORIQUE. — *Les deux sens usuels du mot* parallaxe :

1° *Parallaxe diurne; corrections à faire subir à l'ascension droite et à la déclinaison d'une planète observée en un lieu donné pour obtenir les coordonnées géocentriques.*

2° *Parallaxe annuelle d'une étoile; l'étoile paraît, dans le cours d'une année, décrire une ellipse autour de sa position moyenne.*

II. ÉPREUVE PRATIQUE. — *L'excentricité de l'orbite d'une planète étant* 0,04825, *calculer l'anomalie excentrique correspondant à une anomalie moyenne de* 60°, *en procédant par approximations successives.*

Indiquer l'approximation du résultat.

Calculer ensuite l'anomalie vraie pour la même époque. (Novembre 1907.)

Grenoble.

Composition. — *Application de la méthode des moindres carrés au rattachement d'un signal inaccessible aux sommets d'un triangle non préalablement compensé.*

Cas particulier où le triangle aurait été préalablement compensé.

Épreuve pratique. — *Passage des coordonnées héliocentriques d'un astre à ses coordonnées géocentriques.*

Données :

$$l_h = 306^\circ 27' 22'',5, \qquad \odot = 119^\circ 6' 38'',23,$$
$$\lambda_h = -2^\circ 37' 43'',4, \qquad \lambda\odot = 0'',60,$$
$$\log r_h = \bar{1},8622851. \qquad \log R = 0,0068791.$$

Calculer r_g, l_g, λ_g. (Juillet 1907.)

Composition. — *Prédiction et calcul des phases d'une éclipse de Lune.*

Épreuve pratique. — *Connaissant la durée* T *de la présence d'une étoile au-dessous de l'horizon d'un lieu* λ, *calculer :*

1° *La déclinaison* $\mathfrak{D}$ *de l'étoile;*

2° *L'azimut* A *de son lever;*

3° *Les variations* $\Delta\mathfrak{D}$ *et* ΔA *de* $\mathfrak{D}$ *et* A *qui correspondent à un accroissement* ε *de* T.

Application numérique :

$$T = 18^h 54^m 9^s,8 \quad \text{(sidérales)},$$
$$\lambda = 45^\circ 11' 22'',$$
$$\varepsilon = +1^\circ.$$

(Novembre 1907.)

Marseille.

Épreuve écrite. — *Principes de navigation.*

Cartes marines de Mercator : loi de l'écartement des parallèles.

Méthode de l'estime : loch, boussole.

Méthode du point calculé : description et théorie du sextant.

Changement de date au méridien antipode.

(Juillet 1907.)

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Connaissant les angles* A, B, C *d'un triangle sphérique, tracé sur une sphère de rayon* R, *calculer les longueurs des côtés* a, b, c *du triangle.*

Données numériques :

$$A = 85^\circ.52'.10'',02,$$
$$B = 62.11.48,72,$$
$$C = 73.\ 6.43,80.$$
$$R = 10^{m}.$$

(Juillet 1907.)

Montpellier.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *On considère trois axes rectangulaires* $Sxyz$ *passant par le Soleil,* Sxy *étant le plan de l'écliptique et* Sx *passant par le point vernal.*

Soient x, y, z *les coordonnées cartésiennes d'une planète* P, r *le rayon vecteur* SP, θ *la longitude du nœud,* i *l'angle du plan de l'orbite avec le plan de l'écliptique,* L *la distance angulaire de la planète au nœud, en supposant toujours l'observateur en* S.

Montrer d'abord que $\frac{x}{r}$, $\frac{y}{r}$, $\frac{z}{r}$ *sont des cosinus que la Trigonométrie sphérique permet facilement d'exprimer en fonction de* θ, i, L.

Soient g *la distance angulaire du périhélie au nœud,* v *l'anomalie vraie* ($L = v + g$).

Transformer les expressions trouvées précédemment pour x, y, z, *en d'autres donnant ces coordonnées en fonction de* g, θ, i, $r\cos v$, $r\sin v$, *puis, en exprimant* $r\cos v$, $r\sin v$ *à l'aide de* a, e, u, *donner finalement* x y, z *en fonction des éléments de l'orbite,* a, e, i, g, θ, *et de* u, *seule quantité dépendant du temps.*

Il est clair qu'on ne peut donner des expressions explicites de x, y, z *en fonction du temps, puisque* u *est lié au* *temps par l'équation de Képler, qui ne peut se résoudre en termes finis. Mais ne pourrait-on concevoir tout au moins la possibilité de donner x, y, z en fonction du temps à l'aide de certaines séries?*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Calculer la masse de Jupiter en partant des données suivantes :*

Masse	du Soleil	1
	de la Terre	$\frac{1}{324439}$
Demi-grand axe	de l'orbite terrestre	1
	de l'orbite de Jupiter	5,203
Durée de la révolution sidérale	de la Terre	$365^j,256$
	de Jupiter	4332,589

Dans ce calcul, étant donnée l'approximation peu satisfaisante fournie dans de telles questions par les logarithmes à cinq décimales, les données n'ont-elles pas plus de précision que n'en comporte le résultat? Aurait-on modifié celui-ci en négligeant la masse de la Terre?

(Juillet 1907.)

Nancy.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *En supposant la Terre sphérique, trouver les conditions de possibilité d'une éclipse de Lune aux environs d'une opposition donnée. Calculer les circonstances du phénomène.*

II. *On considère l'ellipsoïde terrestre et trois axes de coordonnées rectangulaires ayant leur origine au centre* O : Oz *dirigé suivant l'axe de rotation et vers le pôle nord;* Ox *situé dans le demi-plan du méridien de Paris;* Oy *dirigé à l'est de ce méridien.*

1° *Calculer les coordonnées x, y, z d'un lieu terrestre* M *défini par sa longitude l et par sa latitude φ.*

2° *Trouver la relation entre l et φ qui définit le lieu géométrique des points* M *pour lesquels un certain astre se lève ou se couche au moment où cet astre passe au méridien supérieur de Nancy, sachant qu'à ce moment la distance géocentrique de l'astre est r et sa déclinaison* D.

3° *Distinguer, sur ce lieu géocentrique, les points qui répondent au lever et ceux qui répondent au coucher.*

N. B. — *On désignera par* α *la longitude de Nancy, par* $2a$ *et* e *le grand axe et l'excentricité de l'ellipse méridienne.* (Juin 1907.)

Toulouse.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Établir la relation dite* équation de Képler $u - e \sin u = \mathrm{M}$, *et exposer le mode de résolution de cette équation dû à Gauss.*

II. 1° a *et* b *désignant les demi-longueurs des axes de l'ellipse méridienne du sphéroïde terrestre et* $\alpha = \dfrac{a-b}{a}$ *l'aplatissement, démontrer que la latitude géographique* φ' *et la latitude géocentrique* φ *d'un lieu* L *sont liées par la formule*

$$\operatorname{tang}\varphi = (1-\alpha)^2 \operatorname{tang}\varphi'.$$

2° *Appelant* ω *l'angle de la verticale du lieu* L *avec le prolongement du rayon du sphéroïde aboutissant en ce lieu, faire voir que l'on a*

$$\omega = \alpha \sin\varphi',$$

ω *étant supposé assez petit pour pouvoir être confondu avec sa tangente et les puissances de* α *supérieures à la première étant négligées.*

3° *Dans l'observation méridienne d'un astre situé à la distance* Δ *du centre de la Terre, la lecture du cercle et celle du nadir font connaître l'angle* ζ *formé par le rayon visuel à l'astre et la verticale du lieu* L. *Dire les corrections qu'il faudra faire subir à ce nombre* ζ *pour rendre l'observation de ce nombre indépendante du lieu* L *et par suite comparable à des mesures analogues faites ailleurs.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — α *Baleine a pour coordonnées équa-*

toriales

$$\alpha = 2^h 57^m 25^s \quad \text{ascension droite,}$$
$$\delta = 3^\circ 43' 31'' \quad \text{déclinaison.}$$

1° *Calculer l'heure de son lever à l'Observatoire de Toulouse en temps sidéral.*

2° *Calculer l'heure de son lever en tenant compte de la réfraction.*

Latitude φ *de l'Observatoire de Toulouse :* 43°36′45″.

Réfraction à l'horizon : 35′. (Juillet 1907.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Exposer la construction d'une éphéméride donnant les coordonnées équatoriales géocentriques d'une planète et définir ce qu'on appelle les* constantes de Gauss.

II. *On considère deux dates* t *et* t' *et l'on suppose que dans l'intervalle de temps* $t' - t$ *le système solaire se soit déplacé de la quantité* Δ *dans une direction d'ascension droite* a *et de distance polaire* p.

On demande les accroissements $\delta\alpha$ *et* $\delta\pi$ *que prennent, par suite de ce déplacement, l'ascension droite* α *et la distance polaire* π, *à la date* t, *d'une étoile située à la distance* d *du Soleil.*

On fera abstraction, bien entendu, de toute cause de variation des coordonnées de l'étoile durant le temps $t' - t$ *autre que la cause envisagée ici et l'on négligera le carré du rapport* $\frac{\Delta}{\delta}$.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Sous quel angle* i, *à quelle distance zénithale* z *et à quelle heure sidérale* θ *l'étoile* α *Bélier*

d'ascension droite......... $2^h 1^m 56^s$
et de déclinaison nord..... 23° 1′ 23″

traverse-t-elle le premier vertical, après son passage au méridien, à Toulouse?

Latitude de Toulouse...... 43°36′45″

On nomme premier vertical *le vertical d'azimut* 90°.