

## Certificats de calcul différentiel et intégral

*Nouvelles annales de mathématiques 4<sup>e</sup> série*, tome 7  
(1907), p. 549-551

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1907\\_4\\_7\\_\\_549\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1907_4_7__549_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1907, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

---

## CERTIFICATS DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTEGRAL.

---

**Toulouse.**

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Trouver les trajectoires orthogonales des courbes définies en coordonnées cartésiennes rectangulaires par l'équation*

$$(x^2 + y^2)^2 + 2b^2(y^2 - x^2) = a,$$

où  $b$  est une constante déterminée et  $a$  un paramètre variable.

II. *Intégrer le système d'équations différentielles*

$$\begin{aligned}\frac{d^2x}{dt^2} &= \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + y, \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - x.\end{aligned}$$

III. *On considère la sphère et le parabolôïde représentés en coordonnées rectangulaires respectivement par les équations*

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + z^2 - 2z &= 0, \\ x^2 + 3y^2 - 4z &= 0.\end{aligned}$$

( 550 )

Calculer l'aire de la portion de surface de la sphère qui est extérieure au paraboloïde.

ÉPREUVE PRATIQUE. — Déterminer la valeur de l'intégrale définie

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos^2 x}{(1+x^2)^2} dx.$$

(Juillet 1907.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. On considère l'équation aux dérivées partielles

$$2z^4 \frac{\partial z}{\partial x} + 5xy \frac{\partial z}{\partial y} = 5zx.$$

1° Trouver son intégrale générale;

2° Déterminer la surface S qui, rapportée à trois axes de coordonnées  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ , vérifie cette équation aux dérivées partielles et passe par la courbe définie par les équations

$$x = 0, \quad 4y + z^5 = 0;$$

3° Exprimer les coordonnées  $x$ ,  $y$ ,  $z$  d'un point de S au moyen de deux paramètres  $u$  et  $v$  définis par les relations

$$u + v = z, \quad u^2 + v^2 = x,$$

et déterminer les lignes asymptotiques de cette surface S.

II. Construire la courbe représentée en coordonnées cartésiennes par l'équation

$$y = \int_1^x \frac{(x+a) dx}{x \sqrt{x^4-1}},$$

où  $a$  est une constante.

ÉPREUVE PRATIQUE. — On considère le paraboloïde P qui, par rapport à trois axes rectangulaires  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ , a pour équation

$$z = xy,$$

et, dans le plan des  $xy$ , la courbe C qui, dans le système

( 551 )

de coordonnées polaires de pôle O et d'axe polaire Ox, a pour équation

$$r^2 = \cos \theta.$$

1° Calculer l'aire de la portion du paraboløide qui se projette sur le plan des  $xy$  à l'intérieur de la courbe C et dans l'angle des directions positives des axes;

2° Calculer le volume du cylindre projetant cette aire sur le plan des  $xy$ , ce cylindre étant limité au plan des  $xy$  et au paraboløide P.