Certificats de mathématiques générales

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 6 (1906), p. 81-85

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1906_4_6__81_1>

CERTIFICATS DE MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES.

Lille.

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE ET ANALYSE. — I. 1° Ox, Oy, Oz *étant trois axes rectangulaires, montrer que la surface développable dont les plans tangents sont représentés par l'équation*

$$x \sin t - y \cos t + z - at = 0,$$

où a désigne une longueur constante et t un paramètre *variable, admet pour arête de rebroussement la courbe engendrée par le point de coordonnées*

$$(1)\qquad \begin{cases} x = a\cos t, \\ y = a\sin t, \\ z = at, \end{cases}$$

qui rencontre l'axe Ox *en un point* A.

2° *Soient* M *un point quelconque de la courbe,* P *et* Q *les deux points de la tangente en* M *dont la distance à* M *est égale à la longueur de l'arc* AM; *trouver le lieu du point* P *et celui du point* Q; *rectifier les courbes obtenues.*

3° *L'une des courbes précédentes est située dans le plan* xOy; *chercher l'expression du rayon de courbure en un point quelconque et l'équation de la développée de cette courbe.*

4° *Vérifier que la courbe représentée par les équations* (1) *est tracée sur un cylindre de révolution d'axe* Oz *et sur la surface*

$$z = a \operatorname{arc\,tang} \frac{y}{x};$$

calculer l'aire de la portion de cette dernière surface comprise à l'intérieur du cylindre entre le plan xOy *et le plan parallèle de cote* $\frac{\pi}{2}a$.

II. *Trouver et intégrer l'équation différentielle des courbes planes telles que le segment intercepté sur une tangente quelconque par le point de contact et la projection d'un point fixe ait une longueur donnée.*

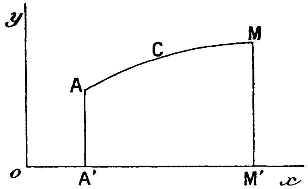
Mécanique. — I. *Définir l'accélération d'un point dans le cas général; déterminer ses composantes suivant les axes de coordonnées, puis ses composantes tangentielle et normale.*

II. *Étudier le mouvement d'un point* M *qui décrit un arc d'hélice de façon que sa projection* N *sur l'axe de cette hélice soit animée d'un mouvement vibratoire simple.*

(Novembre 1905.)

Lyon.

Épreuve écrite (extrait). — *Construire la courbe plane* C, *telle que l'aire comprise entre l'ordonnée fixe* A′A, *la*



courbe, l'ordonnée mobile M′M, *l'axe des* x, *soit proportionnelle à l'arc* AM.

Solution.

Plaçons A′ à l'origine, en prenant AA′ pour unité de longueur. Alors l'aire est égale à l'arc et il vient

$$y = \tfrac{1}{2}(e^x + e^{-x}),$$
$$s = \tfrac{1}{2}(e^x - e^{-x}).$$

(Novembre 1904.)

Montpellier.

Épreuve écrite. — *On considère l'ellipse*

$$x = a\cos\varphi, \qquad y = b\sin\varphi,$$

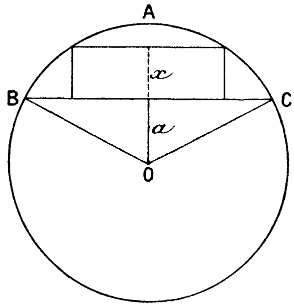
et la tangente en un point déterminé M *de la courbe. Cette tangente rencontre les axes de coordonnées en deux points* A *et* B, *en lesquels on élève des perpendiculaires auxdits axes.*

Ces perpendiculaires se coupent en un point N *dont on demande le lieu lorsque* M *se déplace sur l'ellipse donnée.*

On construira la courbe qui a, entre autres asymptotes, les asymptotes $x = a$ *et* $x = b$.

Considérant la branche de courbe qui se rapporte à ces deux dernières, on évaluera l'aire comprise entre cette branche, les asymptotes en question et une ordonnée d'abscisse quelconque plus grande que a. On évaluera aussi le volume engendré par l'aire précédente tournant autour de Ox.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Inscrire le rectangle de surface*



aussi grande que possible dans un segment de cercle donné ABC.

N.B. — *Le segment sera considéré comme déterminé par le rayon r de l'arc qui le limite, et par la distance a du centre* O *de cet arc à la base* BC.

On pourra prendre comme inconnue la hauteur x du rectangle. (Novembre 1905.)

Toulouse.

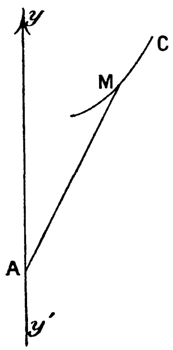
ÉPREUVE ÉCRITE. — *Une courbe plane* (C) *est invariablement liée à un axe vertical $y'y$ situé dans son plan, et tourne autour de cet axe avec une vitesse angulaire constante* ω.

Une tige homogène et pesante AM *de masse m et de longueur l est mobile dans le plan de la courbe* (C), *ses extrémités* A *et* M *étant assujetties à rester sur l'axe $y'y$ et sur la courbe* (C). *On néglige les frottements.*

1° *Déterminer la résultante des actions de la force cen-*

trifuge sur la tige AM *et le point d'application de cette résultante, en supposant que la tige occupe une position fixe dans le plan de la courbe* (C), *pendant la rotation.*

2° *Déterminer la courbe* (C) *de manière que la tige soit*



en équilibre relatif pendant la rotation quelle que soit la position de l'extrémité M *sur la courbe* (C).

3° *Construire la courbe obtenue.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Dans un cercle, un arc de longueur* 3^{dm} *sous-tend une corde de* 2^{dm}. *Trouver le rayon du cercle au dixième de millimètre.* (Novembre 1905.)