# Correspondance

*Nouvelles annales de mathématiques 4e série*, tome 6 (1906), p. 553-554

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1906_4_6__553_1>

## CORRESPONDANCE.

**M. Hilaire.** — *A propos des deux articles de M. Bricard sur la Géométrie de direction* (avril et octobre 1906, p. 159 et 433).

Au début de son premier article, l'auteur se demande si Laguerre n'a pas été conduit à la Géométrie de direction par des considérations de Géométrie dans l'espace.

Le fait est certain; dans une Notice écrite pour le *Journal de l'Ecole Polytechnique* et reproduite par les *Nouvelles Annales* (1887, p. 105), M. Rouché explique d'une façon très nette comment *Laguerre a puisé dans la Géométrie de la sphère l'idée de sa théorie des cycles* (§ VI, p. 145 et suiv.).

La phrase qui termine le paragraphe VI (p. 148) résume la Note rappelée par M. Bricard au début de son second article.

Dans le premier article je relève une faute d'impression [1].

---

**M. Hilaire.** — *Sur le problème de Mathématiques élémentaires proposé au dernier concours d'Agrégation* (septembre 1906, solution de M. Clapier, p. 411).

Le lieu demandé par la première partie de l'énoncé s'obtient de suite par l'application du théorème très général que voici (*voir*, par exemple, un article de M. de Saint-Germain, *N. A.*, 1884, p. 37 et 38) :

*Soient n points,* A, B, C, ..., L *affectés chacun d'un coefficient spécial* $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, ..., $\lambda$; *si l'on désigne par* $\tau$ *la somme* $\alpha + \beta + \gamma + \ldots + \lambda$ *et par* T *le centre des distances*

---

[1] *Voir* les Errata.

*proportionnelles relatif aux n points et aux n coefficients donnés, on a*

$$\overline{MT}^2 = \frac{\tau\Sigma\alpha\overline{MA}^2 - \Sigma\alpha\beta\overline{AB}^2}{\tau^2}.$$

Ce théorème pouvait être connu des candidats, car il figure aujourd'hui, sous une forme un peu différente, il est vrai, dans les traités de Géométrie (*voir,* par exemple, le Traité de M. Guichard, t. II. Compléments, p. 179, où le théorème est attribué à Leibniz).

On a, en conservant les mêmes notations,

$$\overline{MT}^2 = \frac{\Sigma\alpha\overline{MA}^2 - \Sigma\alpha\overline{TA}^2}{\tau}.$$

Sur chacune des deux formes on voit que, $\Sigma\alpha\overline{MA}^2$ étant constant, MT l'est aussi : donc le lieu des points $M_1$ tels que $\alpha\Sigma\,\overline{MA}^2$ est constant est un cercle (ou une sphère. si le point M n'est pas assujetti à rester dans un même plan), dont le centre est le point T et dont le rayon est aussi en évidence.

La première forme convient mieux au problème d'agrégation, parce qu'elle donne immédiatement le rayon du cercle en fonction des côtés du triangle ABC. On peut constater de la sorte que le rayon est *nul* pour le cercle correspondant à la combinaison des trois signes +. M. Clapier, qui appelle ce cercle S′, n'a pas signalé cette particularité.

En résumé, sur les huit cercles formant le lieu complet, seuls les trois premiers $S_A$, $S_B$, $S_C$ sont des cercles proprement dits, le quatrième S′ se réduit à un point, les quatre derniers sont imaginaires.