R. BRICARD

Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 6 (1906), p. 511-514

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1906_4_6__511_1>

BIBLIOGRAPHIE.

Les nombres positifs, exposé des théories modernes de l'Arithmétique élémentaire, par M. *Stuyvaert*. 1 vol. in-8° de XII-132 pages. Gand, E. Van Goethem. Prix : 3^{fr}.

L'enseignement des mathématiques élémentaires subit en ce moment une crise profonde. Les progrès de la philosophie des mathématiques ont bouleversé les idées traditionnelles sur les fondements de la Science, et l'influence des doctrines nouvelles se fait de plus en plus sentir sur les méthodes d'exposition. C'est ainsi que la notion d'ensemble, à peu près ignorée il y a une trentaine d'années, tend à devenir, didactiquement comme philosophiquement, le fondement même des mathématiques. Il y a de même une tendance à prendre, comme base de la Géométrie, la notion des groupes de mouvements.

Au nombre des livres où se manifeste la préoccupation de mettre les méthodes d'enseignement en harmonie avec les idées modernes sur les principes des mathématiques, il faut signaler tout particulièrement le petit Traité d'Arithmétique élémentaire que vient de publier M. Stuyvaert.

L'auteur nous avertit dans sa préface que l'Ouvrage, destiné aux professeurs ou tout au moins aux meilleurs élèves, est une sorte de manuel ou de précis. On serait donc malvenu à lui reprocher une concision parfois un peu excessive, et le manque presque complet d'applications numériques.

Le Chapitre I traite des nombres entiers. Après les premières définitions, l'auteur passe en revue les opérations fondamentales, et établit *in abstracto* leurs propriétés essentielles ($a+b=b+a$; $a-(b-c)=a-b+c$; $ab=ba$; etc.). Ces propriétés sont ensuite utilisées pour la théorie de la numération décimale et des opérations exécutées dans ce système. Une telle méthode d'exposition ne peut évidemment convenir, l'auteur le déclare d'ailleurs tout le premier, qu'à des élèves exercés à la pratique du calcul numérique, et qui veulent acquérir des raisons précises de ce qu'ils connaissent déjà par routine.

Viennent ensuite des paragraphes sur les différents systèmes de numération, les caractères de divisibilité et les propositions les plus simples de la théorie des nombres (les théorèmes de Fermat et de Wilson sont demontres).

M. Stuyvaert n'a pas parlé des nombres négatifs, pour se conformer à l'usage qui veut que la théorie en soit reléguée dans l'Algèbre. Il semble le regretter et je le regrette avec lui. L'emploi des nombres négatifs rend l'exposition de plusieurs matières à la fois plus simple et plus large. On ne voit pas pourquoi, dans un enseignement où l'on introduit les nombres fractionnaires et les nombres incommensurables pour rendre possibles dans tous les cas la division et l'extraction des racines, on laisse de côté les nombres qui donnent un sens à toutes les soustractions.

Le Chapitre II est consacré aux fractions. On sait qu'on peut les définir en se plaçant, soit au point de vue de la théorie des grandeurs, soit au point de vue de l'Arithmétique pure, qui ne connaît que le nombre entier. L'expression $\frac{2}{3}$, par exemple, a, dans le premier cas, un sens concret, et, dans le second cas, est un symbole auquel on ne peut donner un sens que par une convention. C'est le second point de vue qu'adopte M. Stuyvaert, conformément d'ailleurs à la tendance aujourd'hui la plus générale.

Les nombres incommensurables sont étudiés au Chapitre III. Ils sont définis par les coupures faites dans l'ensemble des nombres rationnels, mais cette notion n'est pas introduite sans ménagement. C'est seulement après avoir considére les cas particuliers de la racine carrée et de la racine cubique qu'on aborde la théorie générale des incommensurables. Cette théorie me paraît fort bien exposée, et je ne hasarderai qu'une très legère critique, ne portant d'ailleurs au fond que sur une question de langage. L'auteur dit (comme à peu près tout le monde) :

«... la coupure *définit* un nombre incommensurable». Cette phrase est-elle bien claire? Un débutant comprend-il bien ce que c'est que *définir une chose qui n'existe pas?* Je crois qu'il y aurait avantage à dire :

« Faisons dans l'ensemble des nombres rationnels une coupure qui les répartit en deux ensembles A et B. *Pour abréger,* j'appellerai *nombre irrationnel* le système de ces deux ensembles. Ainsi, « le nombre $\sqrt{2}$ n'est qu'*une expression abrégée* pour désigner le système de deux ensembles, dont l'un contient tous les nombres rationnels dont le carré est plus petit que 2, et dont le second contient tous les nombres rationnels dont le carré est plus grand que 2 ».

En s'exprimant ainsi, on fait perdre au nombre incommensurable son caractère de symbole ou d'imaginaire : « nombre incommensurable » est tout simplement un nom que l'on donne à un ensemble d'éléments réels et bien connus. Encore une fois, il y a là surtout une question de langage. Mais personne ne conteste que, dans l'enseignement, les questions de langage aient une importance considérable.

Remarquons à ce propos qu'il suffit, pour définir une incommensurable, de parler de l'ensemble des nombres rationnels qui lui sont inférieurs. On aboutit ainsi à la notion de *segment,* telle que l'expose M. Russell dans *The Principles of Mathematics* ([1]).

Je crois que la théorie des segments pourrait être substituée sans désavantage didactique à celle de la coupure.

Dans le même Chapitre figurent la théorie des proportions, celle des limites, où l'on continue à trouver les mêmes qualités de netteté et de rigueur que précédemment. Le Chapitre se termine par deux paragraphes substantiels, relatifs aux approximations numériques et aux opérations abrégées.

Le dernier Chapitre traite de la mesure des grandeurs. La notion de rapport de deux grandeurs est très heureusement rattachée à la théorie des ensembles. Viennent enfin des applications à la mesure du temps, des longueurs, des poids, aux problèmes d'alliages, d'intérêt, etc., et aux calculs sur les

---

([1]) *Voir* aussi COUTURAT, *Les principes des Mathématiques;* HUNTINGTON, *The Continuum as a type of order* (*Annals of Math.,* 1905). Une traduction en langue espéranto du Mémoire de M. Huntington est actuellement sous presse.

nombres complexes, qui servent à la mesure du temps et pour les monnaies étrangères. Les méthodes adoptées dans cette dernière Partie sont autant que possible algébriques. Il est inutile d'insister sur la concision ainsi obtenue.

L'Ouvrage de M. Stuyvaert ne doit pas être mis entre les mains de ceux qui n'ont pas une maturité d'esprit suffisante : mais son ordre excellent, le soin de sa rédaction, sa rigueur le recommandent aux élèves soucieux d'acquérir des habitudes de précision intellectuelle. R. B.