

R. BOUVAIST

Sur le théorème de Feuerbach

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 6
(1906), p. 510-511

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1906_4_6__510_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1906, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

[K2c]**SUR LE THÉORÈME DE FEUERBACH ;**PAR M. R. BOUVAIST.

L'objet de cette courte Note est de donner, en même temps qu'une démonstration nouvelle du théorème de Feuerbach, la solution de la question proposée 2036 (1906, p. 96).

Le cercle des neuf points ω d'un triangle ABC est le lieu des foyers des paraboles conjuguées au triangle. Ces paraboles sont harmoniquement circonscrites aux coniques inscrites dans le triangle ABC , et sont inscrites dans le triangle $A'B'C'$ ayant pour sommets les milieux des côtés de ABC ; leurs directrices passent par le centre O du cercle circonscrit à ABC , qui est l'orthocentre du triangle $A'B'C'$.

Soient F et F' les points, autres que les points cycliques, communs au cercle ω et au cercle I inscrit dans le triangle ABC ; il existe une infinité de triangles inscrits dans le cercle I et circonscrits aux paraboles de foyer F ou F' conjuguées au triangle ABC . Or, ces paraboles sont déjà, par construction, harmoniquement circonscrites au cercle I ; l'existence des triangles précédents entraîne alors, d'après une propriété bien connue, que le cercle I soit harmoniquement circonscrit aux paraboles considérées, qui dès lors ont pour directrice commune la droite OI ; étant inscrites dans le triangle $A'B'C'$ et ayant même directrice, elles coïncident, et, par suite, le point F est confondu avec le point F' . Le cercle I est, par suite, tangent au cercle ω en F , foyer de la parabole de directrice OI inscrite

dans le triangle $A'B'C'$; ce point F n'est d'ailleurs que le point de concours des symétriques de la droite OI par rapport aux côtés du triangle $A'B'C'$; la proposition qui fait l'objet de la question 2036 se trouve ainsi démontrée.