Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 6 (1906), p. 473-474
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1906_4_6__473_1>

CORRESPONDANCE.

Un abonné. — Voici quelques remarques sur la question 2019 résolue à la page 334 de ce Volume. Soient b^2 et c'^2, c^2 et a'^2, a^2 et b'^2 les carrés des demi-axes des coniques U, V, W situées dans les plans yOz, zOx, xOy. En partant de la conique W pour arriver à la conique V, on trouve

$$(\mathrm{V},\ \mathrm{W}) \qquad l^2 = b'^2 + c^2, \qquad \frac{a'^2}{c^2} + \frac{a^2}{b'^2} = 1;$$

cette dernière relation est la condition à laquelle doivent satisfaire les rapports $\frac{a'^2}{c^2}$, $\frac{a^2}{b'^2}$, *pour que les deux coniques* V *et* W *admettent une infinité de normales communes.*

On a de même

$$(\mathrm{W},\ \mathrm{U}) \qquad m^2 = c'^2 + a^2, \qquad \frac{b'^2}{a^2} + \frac{b^2}{c'_2} = 1.$$

L'élimination du rapport $\frac{a^2}{b'^2}$ donne précisément la relation qui assure une infinité de normales communes aux deux coniques U et V; on a ainsi

$$(\mathrm{U},\ \mathrm{V}) \qquad n^2 = a'^2 + b^2, \qquad \frac{c'^2}{b^2} + \frac{c^2}{a'^2} = 1.$$

La relation (V, W) peut s'écrire

$$\frac{a'^3 b'^2}{a^2 c^2} + 1 = \frac{b'^2}{a^2};$$

on a donc, en tenant compte de (W, U),

$$a^2 b^2 c^2 + a'^2 b'^2 c'^2 = 0;$$

les coniques U, V, W ne peuvent pas être toutes trois des ellipses.