Solutions de questions proposées

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 6 (1906), p. 191-192

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1906_4_6__191_1>

SOLUTIONS DE QUESTIONS PROPOSÉES.

2023.

(1905, p. 180.)

C_m^r désignant le nombre des combinaisons de m objets r à r, démontrer l'inégalité

$$
\begin{aligned}
&(C_m^{r+3}\, C_m^r - C_m^{r+1}\, C_m^{r+2})^2 \\
&\quad < 4\left[(C_m^{r+1})^2 - C_m^r\, C_m^{r+3}\right]\left[(C_m^{r+2})^2 - C_m^{r+1}\, C_m^{r+3}\right],
\end{aligned}
$$

m et r étant quelconques ($r \leqq m$).

(Solon Chassiotis.)

SOLUTION

Par l'Auteur.

L'équation

$$(x - 1)^m = 0$$

a toutes ses racines réelles et, d'après un théorème de Catalan, entre quatre coefficients consécutifs a, b, c, d, on a l'inégalité

$$(1) \qquad (ad - bc)^2 - 4(b^2 - ac)(c^2 - bd) < 0.$$

En remplaçant a, b, c, d par

$$(-1)^r C_m^r, \quad (-1)^{r+1} C_m^{r+1}, \quad (-1)^{r+2} C_m^{r+2}, \quad (-1)^{r+3} C_m^{r+3},$$

on a l'inégalité proposée, en remplaçant les puissances paires de (-1) par $+1$.