Questions

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 6 (1906), p. 143-144

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1906_4_6__143_1>

QUESTIONS.

2038. On mène les hauteurs AD, BE, CF du triangle ABC. Soit $D_1E_1F_1$ l'axe d'homologie des triangles ABC et DEP. Par E_1, F_1, D_1 on mène les parallèles à AB, BC, CA qui coupent BC, CA, AB aux points I, H, K en ligne droite, et les parallèles à BC, CA, AB, qui coupent AB, BC, CA aux points K_1, I_1, H_1 aussi en ligne droite. Soient Q et Q_1 les coniques circonscrites à ABC, et tangentes, la première à AI, BH, CK et la seconde à AI_1, BH_1, CK_1.

I. Si par un point O de Q on mène les perpendiculaires à BC, CA, AB, elles coupent CA, AB, BC en μ, ν, λ, et l'on a la droite $\Delta(\lambda\mu\nu)$. Ces mêmes perpendiculaires, menées par un point O_1 de Q_1, coupent AB, BC, CA aux points ν_1, λ_1, μ_1, et l'on a la droite $\Delta(\lambda_1\mu_1\nu_1)$.

II. Les coniques Q, Q_1 et le cercle ABC ont un quatrième point commun ω auquel correspondent deux droites Δ, Δ_1 et la droite Δ_2 de Simson.

III. Si ABC est un triangle équilatéral, les coniques Q, Q_1 se superposent au cercle ABC, et à tout point O de ce cercle correspondent trois droites Δ, Δ_1, Δ_2. (P. Sondat.)

2039. Démontrer la relation

$$(1)\qquad \left\{\begin{aligned} &\sum \frac{f'''(\alpha)}{[f'(\alpha)]^2 f''(\alpha)} + \sum \frac{f''(\beta)}{[f''(\beta)]^2 f(\beta)} \\ &\qquad + \sum \frac{1}{f(\gamma)\, f'(\gamma)} = 0, \end{aligned}\right.$$

la première somme s'étendant à toutes les racines, supposées distinctes, de l'équation algébrique

$$f(x) = 0;$$

la deuxième somme s'étendant à toutes les racines, supposées distinctes, de l'équation

$$f'(x) = 0,$$

et la troisième somme s'étendant à toutes les racines, supposées distinctes, de l'équation

$$f''(x) = 0.$$

Étendre la relation (1), en faisant intervenir les dérivées quatrième, cinquième, etc. du polynome $f(x)$.

(Nicolas Kryloff.)