

A. DE SAINT-GERMAIN

Note relative au mouvement de rotation

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 6
(1906), p. 10-11

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1906_4_6__10_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1906, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

[R1 c]

NOTE RELATIVE AU MOUVEMENT DE ROTATION;

PAR M. A. DE SAINT-GERMAIN.

La Géométrie analytique permet de trouver ce que deviennent les coordonnées d'un point donné M d'un solide après que celui-ci a tourné d'un angle θ autour d'un axe fixe; mais on peut aussi résoudre le problème au moyen d'une intégration dont la simplicité mérite peut-être d'être signalée.

On peut supposer que l'axe de rotation passe par l'origine des coordonnées rectangulaires : soient a, b, c ses cosinus directeurs, x_0, y_0, z_0 les coordonnées de M avant la rotation. L'expression classique des compo-

santes de la vitesse due à une rotation montre immédiatement que les coordonnées du point M sont liées à l'angle θ dont le solide a tourné par les équations simultanées

$$(1) \quad \frac{dx}{d\theta} = bz - cy, \quad \frac{dy}{d\theta} = cx - az, \quad \frac{dz}{d\theta} = ay - bx.$$

Pour intégrer ce système, différencions la première des équations et ayons égard aux deux autres ainsi qu'à la relation $a^2 + b^2 + c^2 = 1$; il vient

$$(2) \quad \frac{d^2x}{d\theta^2} = a(ax + by + cz) - x;$$

une nouvelle dérivation donne, après réduction,

$$\frac{d^3x}{d\theta^3} = -\frac{dx}{d\theta}.$$

L'intégrale générale peut se mettre sous la forme

$$x = A + B \sin \theta + C(1 - \cos \theta);$$

on reconnaît aisément que les constantes A, B, C sont respectivement égales aux valeurs de x , $\frac{dx}{d\theta}$, $\frac{d^2x}{d\theta^2}$, pour $\theta = 0$; la première est x_0 , les deux autres sont fournies par la première équation (1) et par l'équation (2), et l'on a, pour la valeur demandée de x ,

$$x = x_0 \cos \theta + (bz_0 - cy_0) \sin \theta \\ + a(ax_0 + by_0 + cz_0)(1 - \cos \theta).$$

Les expressions de y et z s'en déduisent par de simples permutations.
