NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 5 (1905), p. 479-480

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1905_4_5__479_1>

QUESTIONS.

2019. Par l'un des axes d'une conique W on mène un plan v perpendiculaire au plan de cette conique; un segment de longueur constante l se déplace sous les conditions suivantes : l'une de ses extrémités décrit la conique W, il reste constamment normal à cette conique, et son autre extrémité est dans le plan v; démontrer que cette seconde extrémité décrit une conique V (à laquelle le segment est d'ailleurs constamment normal).

Avec l'autre axe de la conique W, et une autre longueur constante m, on aura une nouvelle conique U. Démontrer qu'un certain segment de longueur constante n peut se déplacer en ayant ses extrémités sur les coniques U et V, et en restant normal à ces deux coniques.

(G. Fontené.)

2020. On considère tous les triangles MPQ inscrits dans un cercle et tels que MP et MQ aient des directions données. Le lieu des centres des cercles tritangents au triangle MPQ se compose de quatre cercles. (E.-N. Barisien.)

2021. Soit un triangle ABC, et soient M, N, P les milieux des côtés. Considérons les projections D, E, F d'un même point sur ces côtés. Si a, b, c sont respectivement les intersections des droites NP et EF, PM et FD, MN et DE, le triangle abc est conjugué par rapport au cercle DEF [1].

(G. FONTENÉ.)

2022. Soient a, b, c trois coefficients consécutifs quelconques d'une équation algébrique à coefficients réels, dont toutes les racines sont réelles; on demande de démontrer qu'il est impossible d'avoir

$$b^2(2b^2 - 3ac)^2 < a^3(4c^3 - 3ab^2).$$

(SOLON CHASSIOTIS.)

2023. C_m^p désignant le nombre des combinaisons de m objets p à p, démontrer l'inégalité

$$(C_m^{r+3} C_m^r - C_m^{r+1} C_m^{r+2})^2$$
$$< 4[(C_m^{r+1})^2 - C_m^r C_m^{r+3}][(C_m^{r+2})^2 - C_m^{r+1} C_m^{r+3}],$$

m et r étant quelconques ($r \leqq m$).

(SOLON CHASSIOTIS.)

2024. Soient C une cubique gauche, aa', bb', cc' trois cordes de cette courbe, génératrices d'une quadrique qui la contient tout entière.

Démontrer que les quatre plans (abc), $(ab'c')$, $(a'bc')$, $(a'b'c)$ passent par un même point d. De même les quatre plans $(a'b'c')$, $(a'bc)$, $(ab'c)$, (abc') passent par un même point d'. La droite dd' est une corde de la cubique C, et les points d et d' sont conjugués harmoniques par rapport aux extrémités de cette corde. (R. BRICARD.)

---

[1] Si D, E, F sont les points de contact du cercle inscrit, le centre d'homologie des triangles abc, DEF est le point de contact de ce cercle avec le cercle des neuf points, l'axe d'homologie des triangles abc, ABC est la tangente en ce point (W.-R. HAMILTON; cf. *Nouv. Ann.*, 1903, p. 183).

Le cas où D, E, F sont les pieds des hauteurs correspond à une question posée par M. Brocard (*Nouv. Ann.*, 1874, p. 208).