Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 5 (1905), p. 414-415

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1905_4_5__414_0>

CORRESPONDANCE.

M. G. — Dans le Volume des *Nouvelles Annales* pour 1902 (p. 286), M. Mannheim a donné ce théorème :

Les pieds des perpendiculaires abaissées d'un point m *d'une conique* E *sur les côtés d'un triangle inscrit dans cette courbe appartiennent à un cercle qui passe par un point fixe, quel que soit le triangle. Ce point est sur le diamètre de* E *qui passe par le point de Frégier* g *relatif à* m, *l'harmonique conjuguée de* g *par rapport aux extrémités de ce diamètre.*

Lorsque la conique est une hyperbole équilatère, le point fixe obtenu est donc le centre de l'hyperbole. On arrive ainsi à la propriété dont s'est servi récemment M. Fontené (1905, p. 260) pour démontrer le théorème de Feuerbach. Une démonstration élémentaire de la propriété en question avait un certain intérêt.

Pour construire un triangle donné par les points remarquables O, I, H, on doit construire d'abord (1905, p. 241) la formule suivante :

$$R = \frac{\overline{OI}^2}{2\Omega I}; \qquad 2r = R - 2\Omega I.$$

Prolongeons HI de sa longueur jusqu'à S ; nous aurons

$$R \times OS = \overline{OI}^2, \qquad 2r = R - OS.$$

Le cercle tangent en I à OI, et qui passe en S, coupe OS au point T, et l'on a

$$R = OT, \qquad 2r = ST.$$

M. **Parrod.** — La solution de la cinquième question du problème d'Agrégation, parue dans le dernier numéro des *Nouvelles Annales,* me paraît incomplète.

Quand le point h est entre H et H', le grand axe n'est pas OT; qh est maximum en même temps de QH, les angles POH et P'OH' sont alors de 45° et la droite HH' passe par le centre de similitude des cercles OP et OP'. On voit ainsi que les sommets non situés sur PP' décrivent deux droites passant par le centre de similitude et que le cercle principal correspondant est tangent aux tangentes communes des deux cercles. Quand m est égal à $\pm \frac{\mathrm{OP}}{\mathrm{OP}'}$, l'ellipse se réduit à un segment de droite.