

H. LAURENT

**Équation différentielle des courbes
du troisième ordre**

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 5
(1905), p. 211-213

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1905_4_5_211_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1905, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

[H3c]

ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE DES COURBES
DU TROISIÈME ORDRE;

PAR M. H. LAURENT.

L'équation générale des courbes du troisième degré
peut se mettre sous la forme

$$py^3 + (mx + n)y^2 + (ax^2 + bx + c)y + \alpha x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta = 0,$$

$p, m, n; a, b, c; \alpha, \beta, \gamma, \delta$ désignant des constantes qu'il faut éliminer; or en différentiant quatre fois, cinq fois, . . . , 9 fois, on a

$$\begin{aligned}
& p \frac{d^4 y^3}{dx^4} + (mx + n) \frac{d^4 y^2}{dx^4} \\
& \quad + 4m \frac{d^3 y^2}{dx^3} + (ax^2 + bx + c) \frac{d^4 y}{dx^4} \\
& \quad \quad + 4(2ax + b) \frac{d^3 y}{dx^3} + 6 \cdot 2a \frac{d^2 y}{dx^2} = 0,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& p \frac{d^5 y^3}{dx^5} + (mx + n) \frac{d^5 y^2}{dx^5} \\
& \quad + 5m \frac{d^4 y^2}{dx^4} + (ax^2 + bx + c) \frac{d^5 y}{dx^5} \\
& \quad \quad + 5(2ax + b) \frac{d^4 y}{dx^4} + 10 \cdot 2a \frac{d^3 y}{dx^3} = 0,
\end{aligned}$$

.....

Eu éliminant $p, mx + n, m, ax^2 + bx + c, 2ax + b, 2a$, on a

$$\left| \begin{array}{cccccc}
\frac{d^4 y^3}{dx^4} & \frac{d^4 y^2}{dx^4} & 4 \frac{d^3 y^2}{dx^3} & \frac{d^4 y}{dx^4} & 4 \frac{d^3 y}{dx^3} & 6 \frac{d^2 y}{dx^2} \\
\frac{d^5 y^3}{dx^5} & \frac{d^5 y^2}{dx^5} & 5 \frac{d^4 y^2}{dx^4} & \frac{d^5 y}{dx^5} & 5 \frac{d^4 y}{dx^4} & 10 \frac{d^3 y}{dx^3} \\
\dots & \dots & 6 \dots & \dots & 6 \dots & 15 \dots \\
\dots & \dots & 7 \dots & \dots & 7 \dots & 21 \dots \\
\dots & \dots & 8 \dots & \dots & 8 \dots & 28 \dots \\
\dots & \dots & 9 \dots & \dots & 9 \dots & 36 \dots
\end{array} \right| = 0.$$

Il serait aussi facile d'écrire l'équation différentielle des courbes d'un ordre quelconque, ainsi :

Si l'on pose $a_{ij} = \frac{d^i y^j}{dx^i}$, l'équation différentielle

(213)

d'une courbe de degré n s'obtiendra en égalant à zéro
le déterminant (1)

$$\begin{array}{cccccccc}
 a_{1,n} & a_{n+1,n-1} & \frac{n+1}{1} a_{n,n-1} & a_{n+1,n-2} & \frac{n+1}{1} a_{n,n-2} & \frac{(n+1)n}{1 \cdot 2} a_{n-1,n-2} & a_{n+1,n-3} & \frac{n+1}{1} a_{n,n-3} \\
 a_{1,n-1} & a_{n+2,n-1} & \frac{n+2}{1} a_{n+1,n-1} & a_{n+2,n-2} & \frac{n+2}{1} a_{n+2,n-2} & \frac{(n+2)(n+1)}{1 \cdot 2} a_{n,n-2} & a_{n+1,n-3} & \frac{n+2}{1} a_{n-1,n-3} \\
 \vdots & \vdots \\
 a_{n,n} & \frac{n(n+1)}{2} a_{n-1,n-1} & \frac{n(n+1)}{2} a_{n(n+1)} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots
 \end{array}$$
