

## Certificats d'analyse supérieure

*Nouvelles annales de mathématiques 4<sup>e</sup> série*, tome 4  
(1904), p. 565-568

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1904\\_4\\_4\\_565\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1904_4_4_565_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1904, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

---

## CERTIFICATS D'ANALYSE SUPÉRIEURE.

---

Nancy.

ÉPREUVE ÉCRITE. — On donne une équation irréductible  $F(z, u) = 0$ ,  $F$  étant un polynome entier en  $z$  et  $u$ , de degré  $m$  par rapport à  $u$ . Soit  $T$  la surface de Riemann correspondante, qui sera supposée à connexion multiple.

1° Trouver l'expression du genre  $p$  de cette surface;

2° Transformer  $T$  en une surface simplement connexe à l'aide de  $2p$  coupures;

3° Soit

$$v = \int_{z_0, u_0}^{z, u} \varphi(z, u) dz$$

une intégrale abélienne quelconque attachée à la relation donnée; trouver les diverses valeurs que prend cette intégrale lorsque, les deux points  $(z_0, u_0)$  et  $(z, u)$  restant fixes, on fait varier le chemin d'intégration sur la surface  $T$ ; définir les modules de périodicité de l'intégrale  $v$ .

ÉPREUVE PRATIQUE. —  $z$  et  $u$  étant liés par la relation

$$u^2 = z^4 - 1,$$

on considère la fonction rationnelle de  $z$  et de  $u$

$$v = \frac{1}{u} \frac{u + \sqrt{15}}{z - 2};$$

on demande de la représenter par une somme d'intégrales de première et de deuxième espèces, c'est-à-dire de la décomposer en éléments simples.

(Juillet 1904.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — Soit  $f(z, u) = 0$  une équation irréductible qui définit  $u$  comme fonction algébrique de  $z$ ,  $F(z, u)$  désignant un polynôme de degré  $m$  en  $z$  et  $u$ . On suppose que les  $m$  directions asymptotiques de la courbe représentée sont distinctes et qu'aucune n'est parallèle à l'axe des  $u$ ; on suppose de plus que la courbe n'a d'autres singularités que des points doubles à tangentes distinctes :

1° Trouver l'expression générale des intégrales abéliennes de première espèce attachées à la courbe;

2° Démontrer que le nombre de ces intégrales qui sont linéairement indépendantes est égal au genre  $p$ ;

3° Définir les intégrales normales de première espèce; montrer qu'elles sont au nombre de  $p$  distinctes, établir la propriété de leurs modules de périodicité relatifs aux coupures  $b$  de la surface de Riemann.

ÉPREUVE PRATIQUE. — On donne l'équation

$$u^3 - 3u + 2z(z - 2) = 0,$$

qui définit  $u$  comme fonction algébrique de  $z$ :

1° Trouver les points singuliers de la fonction  $u$ ;

2° Déterminer la forme des développements de ses branches dans le domaine de chacun de ces points;

3° Calculer les premiers coefficients de chacun de ces développements. (Novembre 1904.)

### Grenoble.

ÉPREUVE ÉCRITE. — Étant donnée la fonction  $pu$ , d'invariants  $4a^2$  et 0, on considère les courbes (C) définies par

$$x = \frac{1}{pu - pa}, \quad y = \frac{p'u}{pu - pa},$$

$pa$  étant réel :

1° Indiquer sommairement les différentes formes des courbes (C).

2° Points d'inflexion d'une courbe (C); réalité; équation donnant les valeurs de  $pu$ ,  $u$  étant l'argument d'un point d'inflexion; montrer que le lieu des points d'inflexion, quand  $a$  varie, se compose de droites.

3° *Asymptotes d'une courbe (C); à quelle condition doit satisfaire pa pour que les asymptotes soient d'inflexion? Pour combien de courbes (C) a-t-on des asymptotes réelles?*

4° *M étant un point d'argument u d'une courbe (C), on considère l'aire balayée par OM lorsque u varie de zéro à une limite réelle u : méthode pour calculer cette aire lorsque a est une demi-période. Calcul de cette aire pour a quelconque.*

5° *L'aire obtenue étant représentée par  $\varphi(u)$ , pour quelle valeur de a la fonction  $\varphi(u)$  est-elle uniforme? Pôles de  $\varphi(u)$ .*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Exprimer, à l'aide des fonctions elliptiques, les coordonnées d'un point variable de la courbe*

$$xy^2 + 3x^3 - y^2 - 2x^2 - 5x = 0,$$

*en se servant successivement des notations de Weierstrass et de Jacobi. Cette courbe comprend un ovale : aire de cet ovale.*

(Juillet 1904.)

### Paris.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Étant donné le système d'équations différentielles*

$$\frac{dx_1}{dt} = \lambda_1 x_1 + \dots, \quad \dots, \quad \frac{dx_n}{dt} = \lambda_n x_n + \dots,$$

*où les seconds membres sont des séries entières à coefficients réels en  $x_1, x_2, \dots, x_n$  et où les termes non écrits sont de degrés supérieurs à UN, qu'entend-on en disant que la position  $x_1 = 0, x_2 = 0, \dots, x_n = 0$  est STABLE ou INSTABLE? Montrer que, si les  $\lambda$  sont tous négatifs, il y a stabilité et que, au contraire, il y a instabilité si, parmi les  $\lambda$ , il en est de positifs.*

II. *On considère l'équation fonctionnelle*

$$\varphi(y) = \int_0^y f(x) \psi(x, y) dx,$$

*où  $\varphi(y)$  et  $\psi(x, y)$  sont des fonctions continues, données*

quand  $x$  et  $y$  varient de 0 à  $a$ , et où l'on suppose  $\varphi(0) = 0$ .  
Montrer qu'il existe une fonction  $f(x)$  continue de 0 à  $a$   
et une seule, satisfaisant à cette équation fonctionnelle.

ÉPREUVE PRATIQUE. — On demande de trouver le volume  
limité par la surface fermée

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^2(x^2 - y^2).$$

On se servira, pour faire le calcul, des coordonnées po-  
laires de l'espace. (Octobre 1904.)

---