Nouvelles annales de mathématiques

Certificats de mécanique rationnelle

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 4 (1904), p. 510-513

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1904_4_4__510_1>

CERTIFICATS DE MÉCANIQUE RATIONNELLE.

Paris.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Une plaque rectangulaire* (*homogène*) *pesante* ABCD *repose par un de ses côtés* AB *sur un plan horizontal fixe* $\xi O \eta$, *sur lequel elle peut glisser sans frottement; trouver le mouvement de cette plaque* *en la supposant placée dans des conditions initiales quelconques. Examiner en particulier le cas où la plaque part du repos.*

NOTATIONS. — *On appellera* $2a$ *et* $2b$ *les côtés* AB *et* CD *de la plaque;* M *sa masse;* ξ, η *les coordonnées de la projection du centre de gravité sur le plan fixe* $\xi O \eta$; θ *l'inclinaison de la plaque sur le plan;* ψ *l'angle du côté* AB *avec* $O\xi$.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Un vase ouvert a, à sa partie supérieure, la forme d'un quart de sphère. Ce vase est limité en avant par une portion de surface sphérique de centre* O *et de* $0^m,25$ *de rayon, en arrière par une paroi plane ayant la forme d'un demi-grand cercle vertical, en haut par une demi-circonférence de grand cercle horizontale. Ce vase est rempli d'eau jusqu'aux bords.*

1° *Calculer en dynes la résultante des pressions de l'eau sur le vase entier.*

2° *Calculer de même la résultante des pressions sur la paroi verticale.*

3° *Déterminer en grandeur et direction la résultante des pressions de l'eau sur la paroi sphérique.*

On négligera l'action de la pression atmosphérique sur la surface libre de l'eau et sur les parois extérieures du vase. (Juillet 1903.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Une plaque carrée homogène, pesante,* OABC, *est assujettie à tourner autour d'un des côtés* OC, *supposé vertical et fixe. Une deuxième plaque identique,* OADE, *est articulée à la première le long du côté inférieur* OA *supposé commun aux deux, de telle façon que le mouvement de la deuxième plaque, par rapport à la première, ne peut être qu'une rotation autour de l'horizontale* OA.

Trouver le mouvement de ce système :

1° *En le supposant placé dans des conditions initiales quelconques;*

2° *En supposant qu'il parte du repos, dans une position initiale quelconque.*

On néglige les frottements.

NOTATIONS. — *On appellera* a *la longueur d'un côté* OA; ψ *l'angle de* OA *avec une horizontale fixe* Ox; θ *l'angle de la plaque* OADE *avec le plan horizontal fixe* xOy.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Un prisme droit homogène, pesant, a pour base un triangle équilatéral* ACD, *dont le côté* $a = 0^{m},50$. *La hauteur du prisme* AB *est* $h = 2^{m}$. *Ce prisme est suspendu par l'arête* AB, *supposée horizontale et fixe : il peut osciller librement autour de cette arête.*

Calculer, en secondes, la durée des oscillations infiniment petites en un lieu où l'accélération g *due à la pesanteur est, dans le système* C.G.S., *exprimée par le nombre* 980. (Octobre 1903.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Deux barres* AB, CD, *homogènes, pesantes, de même longueur et de même densité, sont articulées en un point* B, *extrémité de l'une des barres et milieu de la seconde barre. L'autre extrémité* A *de la première barre est assujettie à glisser sans frottement sur un plan horizontal* xOy.

1° *On abandonne à l'instant* $t = 0$ *le système dans un plan vertical, avec des vitesses situées aussi dans ce plan. Étudier le mouvement du système en admettant que le point* A *ne puisse quitter d'aucun côté le plan* xOy.

2° *Les conditions initiales étant les mêmes, mais le point* A *pouvant s'élever au-dessus du plan* xOy, *à quelle restriction sont assujetties les conditions initiales pour que le point* A *ne quitte pas immédiatement le plan* xOy?

3° *Quand cette condition n'est pas remplie, étudier le mouvement libre du système.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Une sphère solide, homogène, pesante, de densité* 7 *et de rayon égal à* 5^{cm}, *est lancée dans l'air immobile. Soient* $d\sigma$ *un élément de la surface de la sphère,* V *la vitesse de cet élément à l'instant* t, *et* V_k *la composante de* V *normale à* $d\sigma$. *On admet que la réaction de l'air sur cet élément est normale à* $d\sigma$, *directement opposée à* V_n *et que sa valeur absolue en unités* C.G.S. *est égale à*

$$d\sigma\left(2,3 + \frac{8V_n^2}{10^4}\right).$$

1° *Calculer, en unités* C.G.S., *la force unique* R, *qui équivaut, à un instant t, à la résistance de l'air sur la sphère, connaissant, à cet instant t, la vitesse* W *du centre* C *de la sphère. Quelle est la valeur numérique de* R, *si l'on prend comme unité de force le kilogramme-poids et si* W *désigne la vitesse de* C *en mètres? (L'unité de temps reste la seconde et l'accélération g de la pesanteur est prise égale à* $9^{m},81$.)

2° *La sphère étant abandonnée sans vitesse initiale dans l'air à l'instant* $t=0$, *calculer son mouvement. Vers quelle limite tend la vitesse* W *de* C? *A quoi est egale cette vitesse au bout de* 20 *secondes?* (Juillet 1904.)