Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 4 (1904), p. 211-219
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1904_4_4__211_1>

BIBLIOGRAPHIE.

Nouveaux éléments de Géométrie, nouvelle édition revue et augmentée; par M. *Ch. Méray,* professeur à la Faculté des Sciences de Dijon. — 1 vol. in-8 de VIII-450 pages. Dijon, Jobard, 1903. Prix : 7[fr].

« La première édition de cet Ouvrage a paru en 1874 et, pendant vingt-six ans, des approbations chaleureuses, mais isolées, se sont perdues dans le vide d'une indifférence générale mêlée de quelques railleries. » Telles sont les premières lignes de la Préface des *Nouveaux éléments de Géométrie,* de M. Ch. Méray.

Comme le dit M. Jules Tannery dans un article plein d'humour sur l'Enseignement de la Géométrie élémentaire, paru dans la *Revue Pédagogique* (1), « il était conforme à la destinée de M. Méray que les choses se passassent ainsi; et cette destinée aurait été moins parfaite, les futurs historiens

(1) Tome XLIII, n° 7, 15 juillet 1903.

des Mathématiques seraient privés d'un vif plaisir, s'il était arrivé une seule fois que l'importance d'une des idées de M. Méray fût reconnue de suite ».

A l'exemple de tous les grands penseurs, l'éminent professeur de l'Université de Dijon a été longtemps un isolé. Vivant au milieu de *sa* Science, ignorant celle des autres, qui ainsi n'a pas influencé le libre essor de son esprit, il méconnut le monde et le monde le méconnut. Un jour, ils se découvrirent mutuellement. M. Ch. Méray s'aperçut que d'autres, à son insu et à leur insu, se couvraient de lauriers qu'il avait cueillis depuis fort longtemps; le monde apprit qu'à Dijon il y avait un *mathématicien.*

Et voici pourquoi ce n'est que 26 ans après son apparition que le corps enseignant commence à s'intéresser à une entreprise originale de rénovation et de modernisation de la Géométrie élémentaire, entreprise qui, si elle réussit comme nous devons le souhaiter, révolutionnera notre enseignement classique.

I.

S'il n'y avait pas de corps solides dans la nature, il n'y aurait pas de Géométrie, dit M. Henri Poincaré dans un de ces remarquables et profonds articles qu'il a publies dans la *Revue de Métaphysique et de Morale* (1).

Il y explique comment la Géométrie n'est en somme que l'étude des propriétés du *groupe des déplacements* (2).

C'est à ce point de vue, et d'ailleurs vraisemblablement en ignorant les travaux du maître norvégien Sophus Lie, que M. Ch. Méray s'est placé. Ainsi, une fois de plus, sans le savoir, il aura suivi une voie parallèle à celle de l'un de ses contemporains.

Lorsqu'on lit un Livre de Géométrie élémentaire et que l'on cherche à analyser avec soin quelles sont les notions expérimentales *a priori* que la lecture d'un tel Livre suppose, on reste stupéfait devant la quantité de faits laissés sans démonstration, de notions supposées préexistantes, d'affirmations que

---

(1) Troisième année, n° 6, novembre 1895.

(2) *Voir* aussi *Revue de Métaphys. et de Morale,* 5e année, n° 1, janvier 1897.

le bon sens seul justifie. On comprend alors la part énorme de l'intuition et de l'expérience dans les fondements de la Géométrie et l'on cesse de dédaigner les essais loyaux de Géométrie pure, je ne dirai pas basée sur l'expérience, car toutes les Géométries le sont, mais où la part de l'expérience est franchement avouée et mise en évidence.

Ayant admis que notre esprit est capable de concevoir ces figures irréelles sur lesquelles raisonne le Géomètre, la première notion que présuppose *toute* Géométrie élémentaire est celle de l'invariabilité d'une figure dans un déplacement. Que devons-nous entendre par cette phrase si fréquemment employée dans toutes nos Géométries classiques : « Soient A et B deux positions d'une *même* figure F? » Elle sous-entend évidemment que le lecteur a l'intuition d'un *déplacement,* c'est-à-dire d'un changement de position d'une figure *sans changement de forme.* La notion de déplacement, résultante de la notion du solide et de celle du mouvement, est donc à la base même de toute Géométrie élémentaire dans laquelle nous postulons, consciemment ou inconsciemment, toutes les propriétés du *groupe* à 6 paramètres des déplacements.

Quel est l'auteur qui raisonnablement voudrait écrire des éléments de Géométrie pure sans admettre : qu'un même déplacement peut être répété indéfiniment, que le déplacement inverse d'un déplacement quelconque est possible, que deux déplacements consécutifs équivalent à un déplacement unique, etc...? Et n'est-ce pas là postuler implicitement que les déplacements forment un *groupe,* au sens précis que Lie attache à ce mot?

Ce groupe à 6 paramètres admet des sous-groupes : ceux d'ordre 3 qui laissent un point fixe; ceux d'ordre 2 qui laissent un droit fixe; ceux d'ordre 1 qui laissent fixes tous les points d'une droite.

Nombreuses sont les propriétés de ces sous-groupes que nos Géométries classiques admettent implicitement comme *évidentes !*

A-t-on jamais mis en doute qu'on puisse faire pivoter une figure autour d'une droite de façon à amener en coïncidence un plan de la figure passant par l'axe avec un autre plan passant par le même axe? qu'on peut faire glisser une droite sur elle-même? qu'on peut la faire pivoter autour d'un de ses points dans un plan qui la contient? etc. Et tous ces postulats sont de *même nature,* tous reviennent à admettre des propriétés du groupe des déplacements.

Or, dans nos Géométries classiques, un postulat et un seul, celui qui porte le nom d'Euclide, paraît faire exception à la règle. Et ainsi il occupe une place à part, prépondérante, comme quelque phénomène inattendu, jetant une note discordante dans un parfait concert. C'est à ce postulat fameux que M. Méray s'attaque tout d'abord en le faisant rentrer dans la règle commune. C'est là la première et principale originalité de sa Géométrie nouvelle, le grand progrès vers l'unité de méthode et de conceptions.

Dans le groupe des déplacements, les *translations* forment un *groupe,* puisque deux translations successives peuvent être remplacées par une seule translation. Pourquoi, après avoir admis tant de propriétés des déplacements, ne pas admettre celle-ci ? En quoi ce postulat répugne-t-il plus à notre esprit que celui d'Euclide? Parce que nos esprits, formés à l'école classique, n'y sont pas accoutumés. Mais si nous faisons effort sur nous-mêmes, si nous nous dégageons de nos vieilles habitudes, nous nous apercevrons sans peine que M. Méray a raison.

En substituant à la proposition d'Euclide celle qui consiste à admettre comme évidente la possibilité d'une translation dans laquelle *deux* droites glissent sur elles-mêmes et comme évident le fait que ces translations forment un groupe, il donne enfin à l'ensemble des postulats de la Géométrie élémentaire une unité ignorée jusqu'alors.

Voici donc le fait capital : *Tous les postulats de la Géométrie de M. Méray sont tirés des propriétés des déplacements;* et ainsi il avait réalisé d'avance dans le domaine élémentaire l'affirmation de M. Henri Poincaré.

Courageusement il met tous ces postulats en évidence, sans les masquer, sans détours. Voici, par exemple, comment débute le Chapitre III (Perpendicularité des droites et des plans) :

« Une demi-droite mobile t peut glisser indéfiniment sur un plan fixe P de manière que son origine o demeure en coïncidence constante avec un point O de ce plan....

» Un plan mobile p peut glisser indéfiniment aussi sur le plan fixe P, sous la condition que l'une de ces demi-droites t y soit animée du mouvement défini ci-dessus.

» *Outre o il existe, dans une figure mobile de l'espace liée invariablement au plan p, quelque autre point ϱ' conservant comme celui-ci une position O' fixe dans l'espace.* »

J'ai intentionnellement souligné la fin de cette citation. D'aucuns lèveront les bras au ciel en lisant cela. On admet tout alors! Oui, on admet ce qui est *nécessaire,* et c'est là simplement admettre une propriété du sous-groupe à un paramètre.

Pour se rendre compte de ce que l'on admet dans nos Géométries élémentaires pour remplacer ce postulat, il faut analyser de près les premiers théorèmes sur les droites et plans perpendiculaires. Dans l'excellente *Géométrie* de M. Hadamard, comme Introduction à la démonstration d'une perpendiculaire à une droite dans un plan qui la contient, je trouve ceci (p. 5 et 6) :

« Deux angles égaux $\widehat{BAC}$, $\widehat{B'A'C'}$ peuvent être placés l'un sur l'autre de deux façons différentes, savoir : ou bien le côté A'B' venant sur AB et A'C' sur AC, ou l'inverse. On passe de l'une à l'autre en retournant l'un des angles sur lui-même. *Dans ce retournement il y a une demi-droite intérieure à l'angle qui ne change pas,* c'est celle qui divise l'angle en deux parties égales. »

Ce postulat vaut-il mieux que celui de M. Méray? Il fait peut-être un peu plus illusion; mais il est moins fécond.

II.

La disparition de la fameuse proposition d'Euclide, l'unité dans les postulats constituent la véritable originalité de la *Géométrie* de M. Méray. Concurremment, je dirai presque *conséquemment,* M. Méray *fusionne* les deux Géométries du plan et de l'espace. C'est là une idée qui était neuve en 1874, lors de la première édition de l'Ouvrage, et qui depuis a fait son chemin; il y a cependant quelque mérite à la soutenir et à la mettre en œuvre. Car, pour opérer vraiment cette fusion, il ne suffisait pas de démarquer les théorèmes de la *Géométrie* d'Euclide pour en changer l'ordre séculairement consacré. Il fallait faire plus.

Sur ce point d'ailleurs la cause est gagnée. Tous les mathématiciens sont d'accord pour convenir que *notre* Géométrie dite *plane* n'est pas une Géométrie plane. Il n'y a pas, en effet, une seule des premières pages de nos Traités classiques où l'on ne fasse des opérations *dans l'espace* pour démontrer des propositions de Géométrie plane. Je citais tout à l'heure, dans un autre but, quelques lignes de la *Géométrie* de M. Hadamard et elles contiennent un déplacement dans l'espace. Pour retourner un angle, il faut bien le sortir de son plan! Si l'on voulait construire une vraie Géométrie plane, c'est-à-dire une Géométrie fondée uniquement sur des déplacements dans un plan, qui pût être comprise par des êtres à deux dimensions, on serait conduit à une Géométrie qui différerait de la nôtre sur bien des points et qui, d'ailleurs, serait sans intérêt pratique.

Dans une telle Géométrie, deux triangles ayant les trois côtés égaux ne seraient pas nécessairement égaux, c'est-à-dire superposables, et l'on se heurterait à des difficultés semblables à celles qui naissent dans l'espace, uniquement parce que nous n'avons pas le sens de la quatrième dimension.

Outre la *fusion* que M. Méray pose en principe, il fait une large place dans son Ouvrage au *Calcul*. Par un esprit de classification poussé à l'excès, on prétendait jadis partager les Mathématiques en domaines limités, rigoureusement fermés les uns aux autres et se suffisant par eux-mêmes. On trouve encore dans notre enseignement secondaire de vieux professeurs qui bannissent toute *lettre* de l'Arithmétique, sous prétexte que c'est de l'*Algèbre,* et qui n'acceptent pas qu'on démontre le théorème de Pythagore en se servant des propriétés des proportions, *car ce n'est pas de la Géométrie!* C'est enfantin, et l'on peut affirmer qu'il n'y a que ceux dont les connaissances sont très bornées qui puissent ainsi prétendre mettre des bornes à chaque branche de la Science et qui ne voient pas qu'elles se pénètrent les unes les autres, sans pouvoir être délimitées.

« Qu'entend-on par caractère géométrique? Qu'est-ce qui distingue les notions purement géométriques des notions analytiques? » écrit M. Henri Poincaré. « Est-ce d'être susceptibles de représentation?... Cela veut-il dire que nous nous représentons les objets dans l'espace géométrique? Mais nos représentations ne peuvent être que la reproduction de nos sensations; on ne peut donc se représenter les objets que dans l'espace sensible tout à fait différent de l'espace géométrique. Cela veut-il dire, au contraire, que nous raisonnons sur le monde extérieur comme s'il était dans l'espace géométrique? Où est alors ce *caractère géométrique,* si profondément distinct du caractère analytique? »

Et les puristes verront avec horreur, dans le Livre de M. Méray, les triangles semblables précéder les triangles égaux et le *Calcul* se mêler à la démonstration des cas d'égalité des triangles!

III.

Jusqu'ici, je n'ai parlé que de la doctrine de M. Méray, et c'est l'essentiel. Il me reste à dire quelques mots de ses procédés d'exposition.

J'avoue franchement que ce côté de l'œuvre ne me satisfait pas pleinement. C'est, il est vrai. dans l'état actuel des choses, un point secondaire, mais qui, pour la vulgarisation facile des idées de l'auteur, aura cependant plus tard une grande importance.

Avant tout, évidemment pour éviter le reproche d'empirisme qu'on n'eût pas manqué de faire à sa *Géométrie,* M. Méray a tenu, avec une insistance manifeste, à introduire une rigueur parfaite dans toute son exposition. Non content d'avoir minutieusement mis en évidence tous les postulats qu'il admettait, il a tenu à ne jamais faire appel à l'intuition lorsqu'il pouvait s'en passer. C'est ainsi qu'il définit scrupuleusement un point d'une droite intérieur ou extérieur à un segment de cette droite, qu'il fait précéder la théorie des lignes courbes de notions très développées sur les limites, etc.

Il a eu raison; et voici que je parais être en contradiction avec moi-même en disant : qu'il a eu raison d'avoir tort.

Je m'explique.

Je conçois fort bien que, pour *faire accepter* sa *Géométrie,* M. Méray ait cru devoir ne rien laisser au hasard, la ciseler, la polir avec soin pour bien montrer que c'était une œuvre vraiment mathématique.

Il a donc eu raison de rédiger ainsi son *premier Ouvrage,* qui sera, en quelque sorte, la Bible de la nouvelle Géométrie.

Mais, maintenant que l'œuvre est connue, que des expériences probantes et répétées ont prouvé l'excellence de la méthode, on pourrait simplifier l'exposition. Je sais bien que M. Méray m'objectera que ces expériences mêmes plaident en faveur de sa rédaction. Je lui répondrai, et il ne me contredira point, que les maîtres qui ont fait ces expériences ont été pour la plupart exceptionnels et que le rôle de l'enseignement oral a eu sa large part.

D'autre part, dans un but de parfait ordonnancement, M. Méray a adopté un ordre parfaitement logique, mais qui, à mon avis, ne sera pas conservé lorsque ses méthodes se vulgariseront. Il a d'un seul trait épuisé d'abord tout ce qui est relatif à la droite et au plan, jusqu'aux polyèdres et à l'homotétie dans l'espace, y compris les mesures des angles et les lignes trigonométriques, sans prononcer le mot de *cercle*. Ce n'est qu'après tout cela qu'on aborde les lignes courbes avec l'ampleur qu'un bon analyste sait donner au sujet et qu'on apprend à connaître le cercle.

C'est parfait en théorie, un peu dogmatique en pratique. D'ailleurs, M. Méray lui-même ne tient pas outre mesure à cet ordre, et il prévoit dans sa Préface que les professeurs auront à faire dans l'Ouvrage, suivant les besoins, des *transpositions ou des coupures*.

Nous sommes d'accord.

Les nouveaux programmes de l'Enseignement secondaire ont introduit l'étude de la Géométrie dans les basses classes de nos Lycées. Les premiers essais ont été peu satisfaisants. Les enfants comprennent mal les indigestes théorèmes classiques. Déjà, entre universitaires, on parle d'essayer dans ces classes un enseignement purement expérimental de la Géométrie.

Voilà une belle occasion pour adopter définitivement la méthode Méray, qui se prêtera admirablement à cet essai.

Si l'on conserve pour l'enseignement théorique la méthode classique artificielle d'Euclide, on aura *deux* enseignements de la Géométrie, comme nous avons actuellement deux enseignements de la Mécanique, l'un en Physique (le vrai), l'autre en Mathématiques purement symbolique et irréel. Si, au contraire, on opte pour la nouvelle Géométrie, on pourra créer aisément une suite d'enseignements concentriques qui, d'abord empiriques, finiront, au dernier échelon, par acquérir toute la précision désirable.

La méthode de M. Méray prend, comme nous l'avons vu, tous ses postulats dans le groupe des déplacements. Rien ne sera plus aisé que de vérifier et d'expliquer expérimentalement ces postulats devant de jeunes enfants et de leur en donner d'abord les conséquences les plus simples, les plus aisées à concevoir et les plus immédiatement utiles.

Ce sera un premier petit Livre rudimentaire. Plus tard, on complétera ces premières notions dans une seconde étude sans avoir à les démolir pour y substituer des théorèmes arbitraires. Et enfin, aux grands élèves, à ceux qui se destinent à des carrières scientifiques, on exposera la théorie complète avec toute la rigueur qui convient à une Science exacte.

Voilà le programme que je souhaite voir réalisé dans un avenir prochain, pour le bien de notre enseignement scientifique et pour la gloire du Maître, dont le nom restera impérissable dans la Science française et dans le monde.

CARLO BOURLET.

P. S. — Je n'ai presque pas parlé des nombreuses expériences probantes auxquelles a donné lieu la *Géométrie* de M. Méray. On l'enseigne actuellement dans les écoles normales d'instituteurs de Nîmes, Auxerre, Dijon, Lyon, Albertville, Grenoble, Melun, Châlons-sur-Marne, Quimper, Aurillac; dans les écoles primaires supérieures de Dijon, Montbard, Chalon-sur-Saône, Lyon, Charmes, Nancy. Partout le succès a été immédiat et éclatant. On trouvera d'ailleurs à ce sujet des renseignements très complets dans un rapport de M. Duport, professeur à l'Université de Dijon, paru dans le Tome XIV de la *Revue bourguignonne* (1904).