

Certificats d'analyse supérieure

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 3
(1903), p. 418-419

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1903_4_3__418_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1903, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CERTIFICATS D'ANALYSE SUPÉRIEURE.

Grenoble.

ÉPREUVE ÉCRITE. — On considère la fonction $p z$ de Weierstrass construite avec les périodes $2\omega, 2\omega'$; on suppose $\omega, \frac{\omega'}{i}$ réelles.

1° Montrer qu'à deux valeurs imaginaires conjuguées de l'argument z correspondent deux valeurs imaginaires conjuguées de la fonction.

2° On pose $Z = p z$. Lorsque le point z décrit, dans son plan, une ligne c , le point Z décrit, dans son plan, une ligne correspondante C .

Démontrer que si c est une parallèle ou une perpendicu-

laire à l'axe des quantités réelles du plan des z , la ligne correspondante C est une courbe algébrique, les coordonnées d'un point d'une pareille courbe étant fonctions elliptiques d'un paramètre u .

Ces courbes algébriques sont, en général, du quatrième degré; indiquer les cas d'exception.

3° Trouver, dans le cas général, les asymptotes de ces courbes algébriques, et les tangentes parallèles à ces asymptotes.

4° Lorsque Z décrit l'une des courbes précédentes, les distances r_1, r_2, r_3 de ce point aux points d'affixes

$$e_1 = p\omega, \quad e_2 = p(\omega + \omega'), \quad e_3 = p\omega'$$

sont fonctions du paramètre u du 2°.

Trouver ces fonctions en employant successivement les notations de Weierstrass et celles de Jacobi.

ÉPREUVE PRATIQUE. — Les axes Ox, Oy, Oz étant rectangulaires, on considère la surface de révolution admettant pour axe Oz , et, pour méridienne, la courbe

$$9az^2 - 4x^3 = 0, \quad y = 0.$$

Les géodésiques de cette surface tangentes à l'un des parallèles de rayon r_0 se projettent sur le plan xOy suivant des courbes que l'on appelle, dans la suite du problème, courbes (C).

1° Soient r et θ les coordonnées polaires d'un point M du plan xOy , O étant pris pour pôle. Former la relation différentielle qui lie r et θ lorsque M décrit l'une quelconque des courbes (C). Indiquer sommairement la forme de ces courbes.

2° Exprimer les coordonnées polaires r, θ d'un point M d'une courbe (C) en fonction d'un paramètre, en utilisant les transcendentes de la théorie des fonctions elliptiques (notations de Weierstrass). Même question pour les coordonnées rectangulaires de M .