Concours d'admission à l'École normale supérieure en 1903

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 3 (1903), p. 373-374

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1903_4_3__373_1>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE EN 1903.

On considère deux surfaces du second ordre (P), (Q) définies en coordonnées rectangulaires par les équations

$$(\mathrm{P}) \qquad y^2 - zx - a^2 = 0,$$

$$(\mathrm{Q}) \qquad 2y^2 - x^2 - zx - ay = 0,$$

où a désigne une constante. Soit (C) la courbe d'intersection de ces deux surfaces.

I. Former les équations des projections orthogonales de cette courbe (C) sur le plan des xy et sur le plan des zx. Construire ces courbes.

II. Considérant, en particulier, la projection de (C) sur le plan des zx, on déterminera l'aire comprise entre l'axe des x, la branche supérieure de la courbe et les droites qui, dans ce plan, ont pour équations

$$x = a, \qquad x = a\sqrt{3}.$$

III. Soit M un point de (C); par ce point passent deux génératrices rectilignes de la surface (P) qui rencontrent la courbe (C) en deux points M_1 et M'_1, autres que M. Quel est le lieu (R) de la droite $M_1 M'_1$ quand le point M décrit la courbe (C)? De quoi se composent les intersections de la surface (R) avec chacune des surfaces (P) et (Q)?

IV. Par le point M_1, précédemment défini, passe une génératrice de (P), autre que la droite $M_1 M$; soit M_2 le point d'intersection, autre que M_1, de cette génératrice et de la courbe (C); par le point M_2 passe une génératrice de (P), autre que la droite $M_2 M_1$; soit M_3 le point d'intersection, autre que M_2, de cette génératrice et de la courbe (C); on continue de la même façon, ... Démontrer que la ligne polygonale $M M_1 M_2 \ldots$ se ferme et qu'il en est de même de la ligne polygonale obtenue par la même construction en remplaçant simplement le point M_1 par le point M'_1.